

In einer Klasse haben 6, in einer anderen Klasse haben 4 Schüler in Mathe eine "Fünf" geschrieben. Welche Arbeit ist nun besser ausgefallen? Auf jeden Fall gab es in der ersten Klasse mehr "Fünfen". Aber: In der zweiten Klasse gibt es auch mehr Schüler. Willst du den Notenspiegel beider Klassen sinnvoll vergleichen, dann musst du ihn auf die Klassenstärken beziehen. In der ersten Klasse sind 24, in der zweiten Klasse nur 16 Schülerinnen und Schüler.

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{6 von 24 Schülern sind } \frac{6}{24} \text{ aller Schüler.} \\
 \text{4 von 16 Schülern sind } \frac{4}{16} \text{ aller Schüler.}
 \end{array} \right\} \frac{6}{24} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Der relative Anteil der Schüler mit "Fünf" an allen Schülern ist in beiden Klassen gleich, nämlich $\frac{1}{4}$.

Relativer Anteil

Als "relativen Anteil" bezeichnet man den Bruchteil, den ein Teil eines Ganzen am Ganzen ausmacht.

Erweiterst du den Bruch $\frac{1}{4}$ mit 25, so erhältst du den Bruch $\frac{25}{100}$. Für Brüche mit dem Nenner 100 ist die Bezeichnung "Prozent", geschrieben "%", gebräuchlich.

Prozent

Anstatt $\frac{25}{100}$ schreibt man auch "25%", gelesen, "fünfundzwanzig Prozent".

Prozent bedeutet Hundertstel. 25% ist eine andere Schreibweise für den Bruch $\frac{25}{100}$.

Das Vergleichen von relativen Anteilen wird erleichtert, wenn man die Zahlenangaben auf eine gemeinsame Grundzahl bezieht. Schon im 16. Jahrhundert rechneten italienische Kaufleute alles "für Hundert"; lat.: "**pro centum**". Das machen wir heute noch genauso. Wir geben relative Anteile meistens in Prozent an und nennen das Rechnen mit relativen Anteilen "**Prozentrechnung**".

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Prozentsatz } p \% & & \text{Grundwert } G \\
 \underbrace{\hspace{2cm}} & & \underbrace{\hspace{2cm}} \\
 25 \% & \text{ von } & 24 \text{ Schülern} = \underbrace{\hspace{2cm}} \\
 & & 6 \text{ Schüler} \\
 & & \underbrace{\hspace{2cm}} \\
 & & \text{Prozentwert } P
 \end{array}$$

**Grundwert
Prozentsatz
Prozentwert
Prozentzahl**

Der Grundwert G ist das Ganze. Der Prozentsatz p% gibt an, welcher Bruchteil vom Ganzen zu bilden ist. Der Prozentwert W gibt an, wie groß dieser Teil ist. Ist der Prozentsatz p%, dann nennt man p die Prozentzahl.

Wie viel Schüler sind 25% von 24 Schülern?

Sind Grundwert G und Prozentzahl p gegeben, so kannst du daraus den Prozentwert P berechnen:

Berechnen des Prozentwertes

$$W = \frac{p}{100} \cdot G \quad G = 24; p = 25; W = \frac{25}{100} \cdot 24 = 6. \quad 25\% \text{ von } 24 \text{ Schülern sind } 6 \text{ Schüler.}$$

Wie viel Prozent sind 6 Schüler von 24 Schülern?

Sind Grundwert G und Prozentwert P gegeben, so kannst du daraus die Prozentzahl p berechnen:

Berechnen der Prozentzahl

$$p = 100 \cdot \frac{P}{G} = 24; \quad W = 6; p = 100 \cdot \frac{6}{24} = 25. \quad 6 \text{ Schüler sind } 25\% \text{ von } 24 \text{ Schülern.}$$

25% der Schüler einer Klasse sind 6 Schüler. Wie viel Schüler besuchen die Klasse?

Sind Prozentzahl p und Prozentwert W gegeben, so kannst du daraus den Grundwert G berechnen:

Berechnen des Grundwertes

$$G = \frac{100}{p} \cdot W \quad p = 25; W = 6; G = \frac{100}{25} \cdot 6 = 24. \quad \text{Die Klassenstärke beträgt } 24 \text{ Schüler.}$$

Promille

Erweiterst du den Bruch $\frac{40}{1000}$ mit 25, so erhältst du den Bruch $\frac{25}{1000}$. Für Brüche mit dem Nenner 1000 ist die Bezeichnung "Promille", geschrieben "‰", gebräuchlich. Für den Bruch $\frac{25}{1000}$ schreibt man auch "25‰", gelesen "fünfundzwanzig Promille". Besonders kleine Anteile werden oft in Promille angegeben.

Promille bedeutet Tausendstel. 25‰ ist eine andere Schreibweise für den Bruch $\frac{25}{1000}$.

1. Prozentsätze als Brüche schreiben

1.1. Schreibe als Bruch und kürze, wenn möglich

a) 10%	b) 13%	a) $10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$
c) 75%	d) 100%	b) $13\% = \frac{13}{100}$
		c) $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$
		d) $100\% = \frac{100}{100} = 1$

Sollst du Prozentsätze als Brüche schreiben, dann gehe so vor:
 1. Dividiere die Prozentzahl durch 100.
 2. Schreibe den Quotienten als Bruch und kürze ihn soweit wie möglich.

Prozent bedeutet Hundertstel.

a% ist eine andere Schreibweise für den Quotienten a : 100.

a% ist eine andere Schreibweise für den Bruch $\frac{a}{100}$

1.2. Schreibe als Bruch und kürze, wenn möglich

a) 40,3%	b) 90,56%	a) $40,3\% = 40,3 : 100 = 0,403 = \frac{403}{1000}$
		b) $90,56\% = 90,56 : 100 = 0,9056$ $= \frac{9056}{10000} = \frac{566}{625}$

1.3. Schreibe als Bruch und kürze, wenn möglich

a) $9\frac{1}{11}\%$	b) $5\frac{1}{2}\%$	a) $9\frac{1}{11}\% = \frac{100}{11}\% = \frac{100}{11} : 100 = \frac{1}{11}$
		b) $51\frac{1}{2}\% = \frac{103}{2}\% = \frac{103}{2} : 100 = \frac{103}{200}$
c) $33\frac{1}{3}\%$	d) $77\frac{7}{9}\%$	c) $33\frac{1}{3}\% = \frac{100}{3}\% = \frac{100}{3} : 100 = \frac{1}{3}$
		d) $77\frac{7}{9}\% = \frac{700}{9}\% = \frac{700}{9} : 100 = \frac{7}{9}$

2. Brüche als Prozentsätze schreiben

2.1. Schreibe als Prozentsatz. Gib dabei die Prozentzahl als Dezimalzahl an.

a) $\frac{7}{8}$	b) $\frac{39}{65}$	I. Lösen ohne Taschenrechner
		a) $\frac{7}{8} = (\frac{7}{8} \cdot 100) : 100 = \frac{700}{8} : 100$ $= 87,5 : 100 = 87,5\%$
		b) $\frac{39}{65} = \frac{3}{5} = (\frac{3}{5} \cdot 100) : 100$ $= \frac{300}{5} : 100 = 60 : 100 = 60\%$
		II. Lösen mit Taschenrechner
		a) Eingabe: 7 <input type="text" value="x"/> 100 <input type="text" value="÷"/> 8 <input type="text" value="="/> Ausgabe: 87.5
		b) Eingabe: 39 <input type="text" value="x"/> 100 <input type="text" value="÷"/> 65 <input type="text" value="="/> Ausgabe: 60

Um Brüche als Prozentsätze zu schreiben, zeigen wir dir zwei Möglichkeiten.

I. Lösen ohne Taschenrechner

1. Kürze den Bruch vollständig.
2. Multipliziere den gekürzten Bruch mit 100. Das Produkt ist die Prozentzahl.
3. Dividiere das Produkt durch 100 und schreibe den Quotienten als Prozentsatz.

II. Lösen mit Taschenrechner

Ist Z der Zähler und N der Nenner des gegebenen Bruchs, so erhältst du die gesuchte Prozentzahl p wie folgt:

Eingabe: Z 100 N
 Ausgabe: p

Du kannst aber auch so vorgehen:

Eingabe: Z N

Ausgabe: $\frac{p}{100}$

Bei der angezeigten Zahl $\frac{p}{100}$ mußt du dann noch das Komma um zwei Stellen nach rechts verschieben.

2.2. Schreibe als Prozentsatz. Gib dabei die Prozentzahl als eine auf Hundertstel gerundete Dezimalzahl an.

a) $\frac{1}{3}$	b) $\frac{2}{11}$	c) $\frac{12}{27}$
		I. Lösen ohne Taschenrechner
		a) $\frac{1}{3} = (\frac{1}{3} \cdot 100) : 100 = \frac{100}{3} : 100$ $\approx 33,33 : 100 = 33,33\%$
		b) $\frac{2}{11} = (\frac{2}{11} \cdot 100) : 100 = \frac{200}{11} : 100$ $\approx 18,18 : 100 = 18,18\%$
		c) $\frac{12}{27} = \frac{4}{9} = (\frac{4}{9} \cdot 100) : 100 = \frac{400}{9} : 100$ $\approx 44,44 : 100 = 44,44\%$

Aufgabe	Lösung	Erläuterung
---------	--------	-------------

II. Lösen mit Taschenrechner

a) Eingabe: 1 \times 100 \div 3 =

Ausgabe: 33.333333

b) Eingabe: 2 \times 100 \div 11 =

Ausgabe: 18.181818

c) Eingabe: 12 \times 100 \div 27 =

Ausgabe: 44.444444

3. Anteile als Prozentsätze schreiben

Den folgenden Aussagen kannst du relative Anteile entnehmen. Schreibe die Anteile erst in Bruchform und dann als Prozentsätze.	a) 7 von 20 Jugendlichen sind $\frac{7}{20}$ der Jugendlichen. $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\%$ 35% der Jugendlichen aus der Oberstadt sind Fußballfans.	Sollst du relative Anteile, die nicht direkt als Brüche gegeben sind, als Prozentsätze schreiben, dann merke: 1. Normalerweise ist es sinnvoll, die Anteile zuerst als Brüche darzustellen und erst dann in Prozentsätze zu verwandeln. 2. Die Formulierung "n von m Elementen ..." bedeutet $\frac{n}{m}$ aller Elemente (Aufgabe a). 3. Die Formulierung "jedes n-te Element.." bedeutet eines von n Elementen, also $\frac{1}{n}$ der Elemente (Aufgabe b). 4. Besteht das Ganze aus zwei Gruppen, dann bedeutet die Formulierung "auf n Elemente der ersten Gruppe kommen m Elemente der zweiten Gruppe..." folgendes: Unter n + m Elementen des Ganzen befinden sich durchschnittlich n Elemente der ersten Gruppe und m Elemente der zweiten Gruppe. $\frac{n}{n+m}$ aller Elemente sind also aus Gruppe 1 und $\frac{m}{n+m}$ aller Elemente sind aus Gruppe 2 (Aufgaben c und d).
a) Sieben von zwanzig Jugendlichen in der Oberstadt sind Fußballfans.	b) Jeder vierte Esser bedeutet "einer von vier Essern"; also $\frac{1}{4}$ der Esser. $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$ 25% der Bananenesser lieben krumme Bananen.	
b) Jeder vierte Bananenesser liebt krumme Bananen.	c) Kommen auf 7 Mädchen 9 Jungen, so befinden sich durchschnittlich unter 16 Neugeborenen 7 Mädchen und 9 Jungen. $\frac{7}{16}$ von 16 Kindern sind $\frac{7}{16}$ der Kinder. $\frac{7}{16} = \frac{43,75}{100} = 43,75\%$ 43,75% aller Neugeborenen in Lümmelland sind Mädchen und 56,25% sind Jungen.	
c) Bei den Neugeborenen in Lümmelland kommen auf sieben Mädchen neun Jungen.	d) Unter 8 Wahlberechtigten befinden sich 7 Wähler und 1 Nichtwähler. 7 von 8 Personen sind der Personen. $\frac{7}{8} = \frac{87,5}{100} = 87,5\%$ 87,5% der Pipenhagener Wahlberechtigten sind Wähler, 12,5% sind Nichtwähler.	
d) In Pipenhagen kommt auf sieben Wähler ein Nichtwähler.		

4. Relative Anteile: ja oder nein ?

Stellt der Bruch einen relativen Anteil dar? Wenn ja, schreibe ihn als Prozentsatz.	a) Ja. Obelix aß 75% des Bratens. b) Nein. c) Nein. d) Ja. 75% der Zaubertrankreserven waren verbraucht.	Jeder Prozentsatz lässt sich als Bruch schreiben, umgekehrt lässt sich jeder Bruch als Prozentsatz schreiben. Verwendet wird die Prozentschreibweise aber nur bei relativen Anteilen (Aufgaben a und d). Insbesondere werden Maßzahlen von Größen nicht als Prozentsätze angegeben (Aufgaben b und c).
a) Obelix hatte alleine $\frac{3}{4}$ des Wildschweinbratens gegessen.		
b) Die Wildschweine hatten zusammen 4 Tonnen Lebendgewicht.		
c) Nach dem üppigen Mahl trank Obelix $\frac{3}{4}$ Liter des leckeren Zaubertrankes.		
d) Als dann auch Asterix und Idefix zugelangt hatten, waren 4 der Zaubertrankreserven verbraucht.		

5. Prozentwert P berechnen

Berechne den Prozentwert:
20% von 85 €

A. Dreisatzverfahren
 $100\% \triangleq 85 \text{ €}$
 $1\% \triangleq \frac{85}{100} \text{ €}$
 $20\% \triangleq 20 \cdot \frac{85}{100} \text{ €} = 17 \text{ €}$

B. Einsetzen in die Formel

$$G = 85 \text{ €}; \quad p = 20$$

$$P = \frac{20}{100} \cdot 85 \text{ €} = 17 \text{ €}$$

C. Taschenrechner

Eingabe: $20 \div 100 \times 85 =$
 Ausgabe: 17

Verkürzte Eingabe: $0.2 \times 85 =$
 Ausgabe: 17

Der Prozentwert beträgt 17 €.

Wie viel sind 39% von 125 €?

A. Dreisatzverfahren
 $100\% \triangleq 125 \text{ €}$
 $1\% \triangleq \frac{125}{100} \text{ €}$
 $39\% \triangleq 39 \cdot \frac{125}{100} \text{ €} = 48,75 \text{ €}$

B. Einsetzen in die Formel

$$G = 125 \text{ €}; \quad p = 39$$

$$P = \frac{39}{100} \cdot 125 \text{ €} = 48,75 \text{ €}$$

C. Taschenrechner

Eingabe: $39 \div 100 \times 125 =$

Ausgabe: 48,75

Verkürzte Eingabe: $0.39 \times 125 =$

Ausgabe: 48,75

Der Prozentwert beträgt 48,75 €.

Auf genau 61,2% der 790 km langen Strecke sind Straßenschäden festzustellen. Um wie viel Kilometer handelt es sich dabei?

A. Dreisatzverfahren
 $100\% \triangleq 790 \text{ km}$
 $1\% \triangleq \frac{790}{100} \text{ km}$
 $61,2\% \triangleq 61,2 \cdot \frac{790}{100} \text{ km} = 483,48 \text{ km}$

B. Einsetzen in die Formel

$$G = 790 \text{ km}; \quad p = 61,2$$

$$P = \frac{61,2}{100} \cdot 790 \text{ km} = 483,48 \text{ km}$$

C. Taschenrechner

Eingabe: $61,2 \div 100 \times 790 =$

Ausgabe: 483,48

Verkürzte Eingabe: $0.612 \times 790 =$

Ausgabe: 483,48

Der Prozentwert beträgt 483,48 km.

Sind der Grundwert G und der Prozentsatz p% gegeben, so kannst du daraus den Prozentwert P berechnen. Wir zeigen dir dazu drei Möglichkeiten:

A. Lösen mit dem Dreisatzverfahren

B. Lösen mit der Formel

C. Lösen mit dem Taschenrechner

Das Verfahren mit dem Taschenrechner (C) ergibt sich dabei unmittelbar aus der Lösung mit der Formel (B).

A. Lösen mit dem Dreisatz

Setze in das Schema:

$$100\% \triangleq G$$

$$1 \triangleq G/100$$

$$p\% \triangleq p \cdot G/100$$

für G den gegebenen Grundwert und für p die gegebene Prozentzahl ein und berechne. Du erhältst den Prozentwert P.

B. Lösen mit der Formel

Setze in die Formel

$$P = \frac{p}{100} \cdot G$$

für p die gegebene Prozentzahl und für G den gegebenen Grundwert ein und berechne. Du erhältst den Prozentwert P.

C. Lösen mit Taschenrechner

Die Formel $P = \frac{p}{100} \cdot G$ kannst du auch so notieren:

$$P = p : 100 \cdot G$$

Für die Berechnung mit dem Taschenrechner ergibt sich daraus:

Eingabe: $p \div 100 \times G =$

Ausgabe: P

Den Quotienten $p : 100$ kannst du aber auch direkt als Dezimalzahl eingeben:

Verkürzte Eingabe: $\frac{p}{100} \times G =$
 Ausgabe: P

Denke daran, das Ergebnis mit der richtigen Maßeinheit zu schreiben.

6. Prozentsatz p berechnen

Berechne den Prozentsatz:
17 € von 85 €.

A. Dreisatzverfahren
 $85€ \triangleq 100\%$
 $1€ \triangleq \frac{100}{85}\%$
 $17€ \triangleq 17 \cdot \frac{100}{85}\% = 20\%$

B. Einsetzen in die Formel
 $P = 17€; G = 85€$
 $p = 100 \cdot \frac{17}{85} = 20\%$

C. Taschenrechner
 Eingabe: 17 100 85
 Ausgabe: 20
 Verkürzte Eingabe: 1700 85
 Ausgabe: 20
 Der Prozentsatz beträgt 20%.

Sind der Grundwert G und der Prozentwert P gegeben, so kannst du daraus den Prozentsatz p% berechnen. Wir zeigen dir dazu drei Möglichkeiten:

- A. Lösen mit dem Dreisatzverfahren
- B. Lösen mit der Formel
- C. Lösen mit dem Taschenrechner

Das Verfahren mit dem Taschenrechner (C) ergibt sich dabei unmittelbar aus der Lösung mit der Formel (B).

A. Lösen mit dem Dreisatz

Setze in das Schema:

$G \triangleq 100\%$
 $1 \triangleq 100/G\%$
 $P \triangleq P \cdot 100/G\%$

für G den gegebenen Grundwert und für P den gegebenen Prozentwert ein. Du erhältst den Prozentsatz p%.

B. Lösen mit der Formel

Setze in die Formel

$p = 100 \cdot P/G$

für P den gegebenen Prozentwert und für G den gegebenen Grundwert ein und berechne. Du erhältst die Prozentzahl p. Der gesuchte Prozentsatz ist dann p%.

C. Lösen mit Taschenrechner

Die Formel $p = 100 \cdot P/G$ kannst du auch so notieren:

$p = P \cdot 100 : G.$

Für das Rechnen mit dem Taschenrechner ergibt sich daraus:

Eingabe: P 100 G

Ausgabe: p

Das Produkt $P \cdot 100$ kannst du aber auch direkt als Dezimalzahl eingeben:

Verkürzte Eingabe: W 100 G

Ausgabe: p

Denke daran, das Ergebnis mit dem Prozentzeichen zu schreiben.

Wie viel Prozent sind 48,75 € von 125 €?

A. Dreisatzverfahren
 $125€ \triangleq 100\%$
 $1€ \triangleq \frac{100}{125}\%$
 $48,75€ \triangleq 48,75 \cdot \frac{100}{125}\% = 39\%$

B. Einsetzen in die Formel
 $P = 48,75€; G = 125€$
 $p = 100 \cdot \frac{48,75}{125} = 39\%$

C. Taschenrechner
 Eingabe: 48,75 100 125
 Ausgabe: 39
 Verkürzte Eingabe: 4875 125
 Ausgabe: 39
 48,75 € sind 39% von 125 €.

Auf 483,48 km der insgesamt 790 km langen Strecke wurden Straßenschäden festgestellt. Wie viel Prozent der Gesamtstrecke sind das?

A. Dreisatzverfahren
 $790\text{ km} \triangleq 100\%$
 $1\text{ km} \triangleq \frac{100}{790}\%$
 $483,48\text{ km} \triangleq 483,48 \cdot \frac{100}{790}\% = 61,2\%$

B. Einsetzen in die Formel
 $P = 483,48\text{ km}; G = 790\text{ km}$
 $p = 100 \cdot \frac{483,48\text{ km}}{790\text{ km}} = 61,2\%$

C. Taschenrechner
 Eingabe: 483,48 100 790
 Ausgabe: 61,2
 Verkürzte Eingabe: 48348 790
 Ausgabe: 61,2
 61,2% der Gesamtstrecke sind schadhaft

7. Grundwert G berechnen

Berechne den Grundwert:
17 € sind 20% des
Gesamtpreises.

A. Dreisatzverfahren

$$20\% \triangleq 17 \text{ €}$$

$$1\% \triangleq \frac{17}{20} \text{ €}$$

$$100\% \triangleq 100 \cdot \frac{17}{20} \text{ €} = 85 \text{ €}$$

B. Einsetzen in die Formel

$$P = 17 \text{ €}; \quad p = 20$$

$$G = \frac{100}{20} \cdot 17 \text{ €} = 85 \text{ €}$$

C. Taschenrechner

Eingabe: 17 100 20

Ausgabe: 85

Verkürzte Eingabe: 1700 20

Ausgabe: 85

Der Grundwert beträgt 85 DM.

Von welchem Betrag sind
48,75 DM genau 39%?

A. Dreisatzverfahren

$$39\% \triangleq 48,75 \text{ €}$$

$$1\% \triangleq \frac{48,75}{39} \text{ €}$$

$$100\% \triangleq 100 \cdot \frac{48,75}{39} \text{ €} = 125 \text{ €}$$

B. Einsetzen in die Formel

$$P = 48,75 \text{ €}; \quad p = 39$$

$$G = \frac{100}{39} \cdot 48,75 \text{ €} = 125 \text{ €}$$

C. Taschenrechner

Eingabe: 48,75 100 39

Ausgabe: 125

Verkürzte Eingabe: 4875 39

Ausgabe: 125

48,75 € sind 30% von 125 €.

Auf 483,48 km, das sind 61,2%
der Gesamtstrecke, wurden
Straßenschäden festgestellt.
Wie lang ist die gesamte
Strecke?

A. Dreisatzverfahren

$$61,2\% \triangleq 483,48 \text{ km}$$

$$1\% \triangleq \frac{483,48}{61,2} \text{ km}$$

$$100\% \triangleq 100 \cdot \frac{483,48}{61,2} \text{ €} = 790 \text{ km}$$

B. Einsetzen in die Formel

$$P = 483,48 \text{ km}; \quad p = 61,2$$

$$G = \frac{100}{61,2} \cdot 483,48 \text{ km} = 790 \text{ km}$$

C. Taschenrechner

Eingabe: 483,48 100 61,2

Ausgabe: 790

Verkürzte Eingabe: 48348 61,2

Ausgabe: 790

483,48 km sind 61,2% von 790 km

Sind der Prozentwert P und der
Prozentsatz p% gegeben, so kannst du
daraus den Grundwert G berechnen. Wir
zeigen dir dazu drei Möglichkeiten:

A. Lösen mit dem Dreisatzverfahren

B. Lösen mit der Formel

C. Lösen mit dem Taschenrechner

Das Verfahren mit dem Taschenrechner (C)
ergibt sich dabei unmittelbar aus der
Lösung mit der Formel (B).

A. Lösen mit dem Dreisatz

Setze in das Schema:

$$p\% \triangleq P$$

$$1\% \triangleq P/p$$

$$100\% \triangleq 100 \cdot P/p$$

für p die gegebene Prozentzahl und für P
den gegebenen Prozentwert ein und
berechne. Du erhältst den Grundwert G.

B. Lösen mit der Formel

Setze in die Formel

$$G = 100/p \cdot P$$

für p die gegebene Prozentzahl und für P
den gegebenen Prozentwert ein und
berechne. Du erhältst den Grundwert G.

C. Lösen mit Taschenrechner

Die Formel $G = 100/p \cdot P$ kannst du
auch so notieren:

$$G = P \cdot 100 : p$$

Für die Berechnung mit dem Taschen-
rechner ergibt sich daraus:

Eingabe: P 100 p

Ausgabe: G

Das Produkt $W \cdot 100$ kannst du aber auch
direkt als Dezimalzahl eingeben:

Verkürzte Eingabe: P 100 p

Ausgabe: G

Denke daran, das Ergebnis mit der
richtigen Maßeinheit zu schreiben.

8. Grundwert ändern

Viele Wohnungen im Ringviertel sind von Mieterhöhungen betroffen.

- a) Familie Brenner zahlte bisher monatlich 1180 €. Die Miete wird um 12% erhöht. Wie viel ist künftig zu zahlen?
- b) Frau Abker muss infolge der Mieterhöhung um 8% jetzt 799,20 € zahlen. Wie hoch war ihre Miete vorher?
- c) Die Miete von Herrn Grün ist von 950 € auf 1054,50 € gestiegen. Wie viel Prozent machte die Mieterhöhung aus?

- a) Gegeben: alte Miete (1180 €) und Prozentsatz $q\%$ ($= 12\%$), also $p\% = (100 + 12)\% = 112\%$
 Gesucht: neue Miete (P)

$$P = \frac{112}{100} \cdot 1180 \text{ €} = 1\,321,60 \text{ €}$$
 Familie Brenner hat zukünftig 1321,60 € zu zahlen.
- b) Gegeben: neue Miete (799,20 €) und Prozentsatz $q\%$ ($= 8\%$), also $p\% = (100 + 8)\% = 108\%$
 Gesucht: alte Miete (G)

$$G = \frac{100}{108} \cdot 799,20 \text{ DM} = 740 \text{ €}$$
 Vor der Erhöhung hatte Frau Abker 740 € Miete zu zahlen.
- c) Gegeben: alte Miete (950 €) und neue Miete (1 054,50 €)
 Gesucht: Prozentsatz $q\%$ der Mieterhöhung

$$p = 100 \cdot \frac{1054,50}{950} = 111, \text{ also}$$

$$q\% = (111 - 100)\% = 11 \%$$
 Die Miete wurde um 11% erhöht.

Wird eine Größe um $q\%$ erhöht oder gesenkt, so kannst du die alte Größe als Grundwert G und die neue Größe als Prozentwert P auffassen mit

$$p\% - (100 + q)\% \text{ bei Erhöhung}$$

$$p\% - (100 - q)\% \text{ bei Senkung}$$

Gesucht: die neue Größe

Kennst du die alte Größe und den Prozentsatz $q\%$ (Aufgaben links), so kannst du daraus die neue Größe berechnen.

1. Setze die alte Größe als Grundwert G.
2. Setze den Prozentsatz $p\%$ als $(100 + q)\%$ bzw. $(100 - q)\%$.
3. Berechne die gesuchte neue Größe mit einem der zu den Aufgaben Kapitel 5 erläuterten Verfahren.

Gesucht: die alte Größe

Kennst du die neue Größe und den Prozentsatz $q\%$ (Aufgaben links), so kannst du daraus die alte Größe berechnen.

1. Setze die neue Größe als Prozentwert P.
2. Setze den Prozentsatz $p\%$ als $(100 + q)\%$ bzw. $(100 - q)\%$.
3. Berechne die gesuchte alte Größe mit einem der zu den Aufgaben Kapitel 6 erläuterten Verfahren.

Gesucht: die prozentuale Änderung

Kennst du die alte und die neue Größe, so kannst du daraus den Prozentsatz $q\%$, um den erhöht oder gesenkt wird (Aufgaben links Teil c), berechnen.

1. Setze die alte Größe als Grundwert G.
2. Setze die neue Größe als Prozentwert P.
3. Berechne den Prozentsatz $p\%$ mit einem der zu den Aufgaben Kapitel 7 erläuterten Verfahren. Die prozentuale Änderung $q\%$ erhältst du dann als

$$(p - 100)\% \text{ bei Erhöhung}$$

$$(100 - p)\% \text{ bei Senkung.}$$

Wegen Geschäftsaufgabe gewährt Frau Werner auf jeden Artikel einen großzügigen Rabatt.

- a) Die gestreiften Kinderhosen kosteten 45 € und werden um 30% reduziert. Was kostet eine Hose jetzt?
- b) Die Damenpullover wurden um 35% reduziert und kosten jetzt 39 €. Welcher Preis war für einen Damenpullover vorher zu zahlen?
- c) Der Preis für eine Herrenweste wurde von 80 € auf 57,60 € gesenkt. Um wie viel Prozent wurde reduziert?

- a) Gegeben: alter Preis (45 €) und Prozentsatz $q\%$ ($= 30\%$), also $p\% = (100 - 30)\% = 70\%$
 Gesucht: neuer Preis (W)

$$P = \frac{70}{100} \cdot 45 \text{ €} = 31,50 \text{ €}$$
 Eine Kinderhose kostet jetzt 31,50 €.
- b) Gegeben: neuer Preis (39 €) und Prozentsatz $q\%$ ($= 35\%$), also $p\% = (100 - 35)\% = 65\%$
 Gesucht: alter Preis (G)

$$G = \frac{100}{65} \cdot 39 \text{ €} = 60 \text{ €}$$
 Ein Damenpullover kostete vorher 60 €.
- c) Gegeben: alter Preis (80 €) und neuer Preis (57,60 €)
 Gesucht: Prozentsatz $q\%$ der Preisreduzierung

$$p = 100 \cdot \frac{57,60}{80} = 72, \text{ also}$$

$$q\% = (100 - 72)\% = 28\%$$

Der Preis für eine Herrenweste wurde um 28% reduziert.

9. Textaufgaben lösen

1. Justine strickt an ihren 1,60 m langen Schal noch 40 cm an.

a) Wie viel Prozent des neuen Schals macht der alte aus?

b) Wie viel Prozent des alten Schals macht der neue aus?

a) Grundwert: $G = 2,00 \text{ m}$
 Prozentwert: $P = 1,60 \text{ m}$
 Gesucht: Prozentsatz $p\%$

$$p = 100 \cdot \frac{1,60 \text{ m}}{2,00 \text{ m}} = 80$$

Der alte Schal macht 80% des neuen aus.

b) Grundwert: $G = 1,60 \text{ m}$
 Prozentwert: $P = 2,00 \text{ m}$
 Gesucht: Prozentsatz $p\%$

$$p = 100 \cdot \frac{2,00 \text{ m}}{1,60 \text{ m}} = 125$$

Der neue Schal macht 125% des alten aus.

2. Von dem großzügigen Geldgeschenk seiner Oma gibt Julian 18% für eine CD aus.

Die übrigen 123 € spart er.

Wie groß war das Geldgeschenk?

Prozentwert: $P = 123 \text{ €}$
 P-satz: $p\% = 100\% - 18\% = 82\%$
 Gesucht: Grundwert G

$$G = \frac{100}{82} \cdot 123 \text{ €} = 150 \text{ €}$$

Das Geschenk beträgt 150 €.

3. Bei zwei Händlern sollte ein bestimmter Kühlschrank ursprünglich 600 € kosten. Der erste Händler senkt den Preis um 30%, erhöht ihn dann aber wieder um 15%.

Der andere Händler senkt den Preis um 15%.

Bei wem kauft man günstiger?

Erster Händler, erster Schritt:

Grundwert: $G = 600 \text{ €}$
 P-satz: $p\% = 100\% - 30\% = 70\%$
 Gesucht: Prozentwert P
 $P = 0,7 \cdot 600 \text{ €} = 420 \text{ €}$

Erster Händler, zweiter Schritt:

Grundwert: $G = 420 \text{ €}$
 P-satz: $p\% = 100\% + 15\% = 115\%$
 Gesucht: Prozentwert P
 $W = 1,15 \cdot 420 \text{ €} = 483 \text{ €}$

Zweiter Händler:

Grundwert: $G = 600 \text{ €}$
 P-satz: $p\% = 100\% - 15\% = 85\%$
 Gesucht: Prozentwert P
 $W = 0,85 \cdot 600 \text{ €} = 510 \text{ €}$

Beim ersten Händler sind 483 €, beim zweiten 510 € zu zahlen. Der erste ist also günstiger.

4. 0,8 Liter eines Getränkes mit einem Fruchtsaftgehalt von 45% werden mit 0,7 Litern Wasser verdünnt.

Wie groß ist jetzt der Fruchtsaftgehalt?

Erster Schritt:

Grundwert: $G = 0,8 \text{ Liter}$
 Prozentsatz: $p\% = 45\%$
 Gesucht: Prozentwert P
 $P = 0,45 \cdot 0,8 \text{ Liter} = 0,36 \text{ Liter}$

Zweiter Schritt:

Grundwert $G = 1,5 \text{ Liter}$
 Prozentwert: $W = 0,36 \text{ Liter}$
 Gesucht: Prozentsatz $p\%$
 $p = 100 \cdot \frac{0,36 \text{ l}}{1,5 \text{ l}} = 24$ Liter = 24 Liter

Der Fruchtsaftgehalt in dem verdünnten Getränk beträgt 24%.

Bei Textaufgaben zur Prozentrechnung sollst du eine der drei Angaben Prozentwert, Prozentsatz oder Grundwert ermitteln. Du kannst eine dieser Angaben berechnen, wenn du die beiden anderen kennst. Oft sind diese nicht direkt dem Text zu entnehmen, sondern müssen zuerst noch mit Hilfe anderer Textinformationen berechnet werden.

Beim Grundwert und Prozentwert handelt es sich meist um Größen derselben Maßeinheit.

Ob eine Größe Grundwert oder Prozentwert ist, hängt von der jeweiligen Fragestellung ab. Insbesondere gilt nicht in jedem Fall, dass der Grundwert der größere der beiden Werte ist. Ist der Prozentwert größer als der Grundwert, dann liegt der zugehörige Prozentsatz über 100%.

Zu Aufgabe 1:

Bei Aufgabe a) ist die Länge des neuen Schals der Grundwert und die Länge des alten Schals der Prozentwert. Bei Aufgabe b) ist es genau umgekehrt.

Zu Aufgabe 2:

Zu dem Prozentwert von 123 € gehört nicht der Prozentsatz von 18%, sondern $100\% - 18\%$.

Zu Aufgabe 3:

Eine Reduzierung um 30% mit anschließender Erhöhung um 15% ergibt einen anderen Wert als die Reduzierung um 15%!

Zu Aufgabe 4:

Der Prozentwert (0,36 l Fruchtsaft) ist bei beiden Getränken der gleiche. Was sich ändert, ist der Grundwert und somit auch der Prozentsatz:

0,36 Liter von 0,8 Litern sind 45%;
 0,36 Liter von 1,5 Litern sind 24%.

10. Grafische Darstellung

10.1. Streifendiagramme

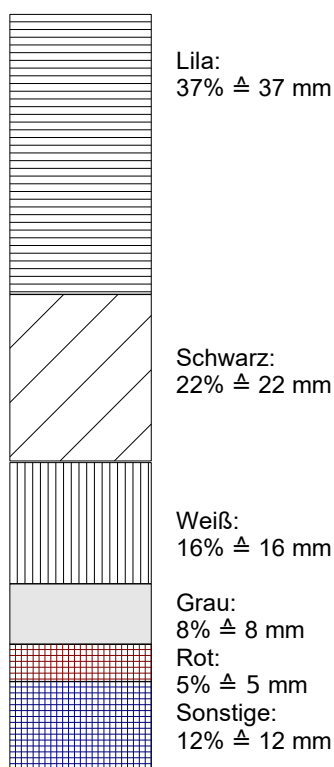
Jugendliche werden nach ihrer Lieblingsfarbe befragt. Die Tabelle zeigt das Ergebnis der Umfrage.

Lieblingsfarbe	Anteil in %
Lila	37
Schwarz	22
Weiß	16
Grau	8
Rot	5
Sonstige	12

a) Veranschauliche die Prozentanteile in einem Streifendiagramm.

b) Veranschauliche die Prozentanteile in einem Kreisdiagramm.

Gezeichnet wird ein Streifen von 10 cm Länge. Ein Prozent entspricht also einem Millimeter.



Sollst du Prozentanteile durch ein Streifendiagramm veranschaulichen, dann gehe so vor:

1. Zeichne einen Streifen von einer bestimmten Länge a . Wähle z. B. $a = 10$ cm.

Zu jedem Prozentanteil $p\%$ gehört dann ein Streifenstück der Länge p mm, denn:

$$100\% \text{ sind } 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$$1\% \text{ sind } \frac{100 \text{ mm}}{100} = 1 \text{ mm}$$

$$p\% \text{ sind } p \cdot 1 \text{ mm} = p \text{ mm}$$

2. Berechne zu den gegebenen Prozentanteilen die Längen der zugehörigen Streifenstücke und trage sie im Streifen ab.

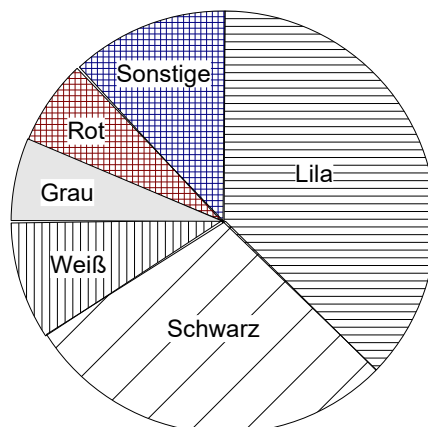
Anmerkung:

Hat der Streifen eine beliebige Länge von a cm, so entspricht einem Prozent genau $\frac{a}{100}$ cm.

Ein Anteil von $p\%$ wird dann durch ein Streifenstück von $p \cdot \frac{a}{100}$ cm dargestellt.

10.2. Kreisdiagramme

Lila	$\hat{=}$ 37%	$\hat{=}$ 37 \cdot 3,6° = 133,2°
Schwarz	$\hat{=}$ 22%	$\hat{=}$ 22 \cdot 3,6° = 79,2°
Weiß	$\hat{=}$ 16%	$\hat{=}$ 16 \cdot 3,6° = 57,6°
Grau	$\hat{=}$ 8%	$\hat{=}$ 8 \cdot 3,6° = 28,8°
Rot	$\hat{=}$ 5%	$\hat{=}$ 5 \cdot 3,6° = 18,0°
Sonstige	$\hat{=}$ 12%	$\hat{=}$ 12 \cdot 3,6° = 43,2°



Sollst du Prozentanteile durch ein Kreisdiagramm veranschaulichen, dann gehe so vor:

1. Zeichne einen Kreis. Zu jedem Prozentanteil $p\%$ gehört dann ein Kreisabschnitt mit dem Mittelpunktswinkel $p \cdot 3,6^\circ$, denn:

$$100\% \text{ sind } 360^\circ$$

$$1\% \text{ sind } \frac{360^\circ}{100} = 3,6^\circ$$

$$p\% \text{ sind } p \cdot 3,6^\circ$$

2. Berechne zu den gegebenen Prozentanteilen ihre Mittelpunktswinkel und zeichne die zugehörigen Kreisabschnitte.