Eigenschaften	Zusammenhang	Darstellung

1. Monotonie

1. Schritt: f '(x) ermitteln
2. Schritt: Bedingung f '(x_0) > 0 nach x_0 auflösen, um das Intervall zu erhalten, in dem der Graph von f streng monoton wächst,
3. Schritt: Monotonie im gesamten Definitionsbereich von f angeben

Beispiel: f(x) = x^2

$$f'(x) = 2x \begin{cases} > 0, & \text{wenn } x > 0 \\ < 0, & \text{wenn } x < 0 \end{cases}$$

streng monoton fallend (–∞, 0]
streng monoton wachsend [0, ∞)

1.1. Monoton wachsende Funktionen

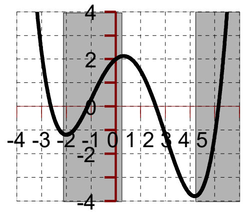
Eine Funktion y=f(x) heißt streng monoton wachsend, wenn für alle

x_1, x_2 ∈ $\mathbb{D}$ gilt:

$x_1 < x_2$ ⇨ $f(x_1) < f(x_2)$

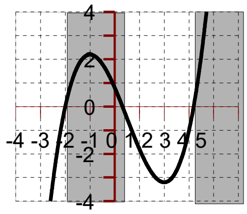
Monoton wachsende Kurvenab schnitte können sowohl bei links- als auch bei rechts-gekrümmten Kurventeilen auftreten. In diesen Kurvenabschnitten hat die Tangente einen positiven Anstieg.

f (x) monoton steigend
(d.h. Tangentenanstieg positiv)
< = >
f'(x) >0
(f '(x) hat ***positive Funktionswerte,***
Kurvenbild von f ' verläuft
oberhalb der x – Achse)



f (x)

f '(x) > 0
(Funktionswerte von f'(x) positiv)



f' (x)

1.2. Monoton fallende Funktionen

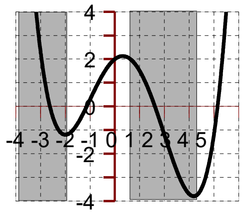
Eine Funktion y=f(x) heißt streng monoton fallen, wenn für alle

x_1, x_2 ∈ $\mathbb{D}$ gilt:

$x_1 < x_2$ ⇨ $f(x_1) > f(x_2)$

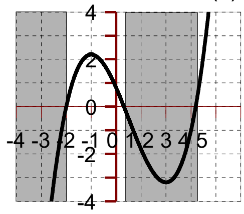
Monoton fallende Kurvenabschnitte können sowohl bei links- als auch bei rechts-gekrümmten Kurventeilen auftreten. In diesen Kurven-abschnitten hat die Tangente einen negativen Anstieg.

f (x) monoton fallend
(d.h. Tangentenanstieg negativ)
< = >
f '(x) < 0
(f '(x) hat ***negative Funktionswerte***,
Kurvenbild von f ' verläuft
unterhalb der x – Achse)



f (x)

f '(x) < 0
(Funktionswerte von f'(x) negativ)



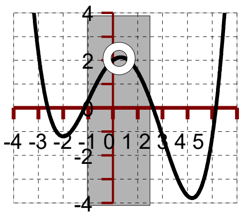
f' (x)

1.3. Extrempunkte

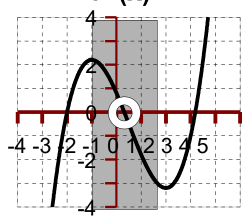
An Extrempunkten wechselt die Monotonie. Deshalb ist an Extrempunkten die erste Ableitung f'(x) = 0.

- die Funktion f(x) besitzt einen **Hochpunkt**.
- die Funktion f(x) wechselt von **monoton wachsend** nach **monoton fallend**
- die erste Ableitung f '(x) wechselt von **positiven** zu **negativen** Werten
- die zweite Ableitung f ''(x) ist **negativ,** Funktion ist **rechts gekrümmt**

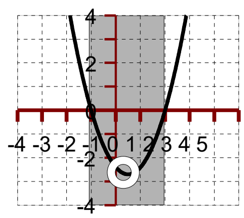
f (x)



f' (x)

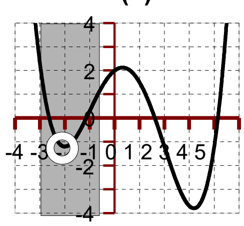


f ''(x)

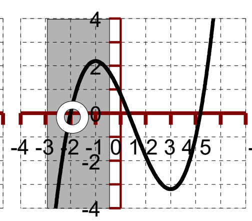


- die Funktion besitzt einen **Tiefpunkt**.
- die Funktion f(x) wechselt von **monoton fallend** nach **monoton wachsend**
- die erste Ableitung f '(x) wechselt von **negativen** zu **positiven** Werten
- die zweite Ableitung f ''(x) ist **positiv,** Funktion ist **links gekrümmt**

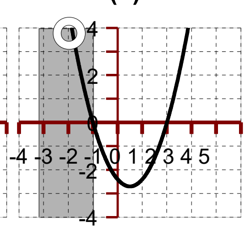
f (x)



f' (x)



f ''(x)



Eigenschaften	Zusammenhang	Darstellung

2. Krümmung

2.1. rechts gekrümmt oder konkav

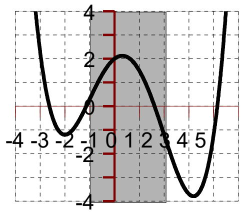
Bei einer rechts gekrümmten Kurve beschreibt man beim Durchschreiten der Kurve in wachsender x-Richtung eine Rechtskurve.

Auf der Grundlage des Kurvenbildes sieht man, dass der Tangentenanstieg für eine **rechts gekrümmte** Kurve mit einem 'hohen' positiven Wert beginnt, zum möglichen Extremum, das nur ein Maximum sein kann, gegen 0 geht und dann negativ wird.

(d.h.: Tangente liegt beim Durchlaufen der Kurve in positive x-Richtung immer auf der linken Seite)

f (x) rechts gekrümmt
(d.h. Tangentenanstieg fallend)
< = >
f '(x) monoton fallend
< = >
f ''(x) < 0
(f ''(x) hat ***negative Funktionswerte***,
Kurvenbild von f verläuft
rechts von den Tangenten)

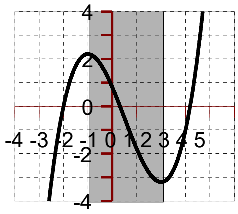
f(x) rechts gekrümmt



f (x)

Die erste Ableitung ist
monoton fallend

f' (x) monoton fallend

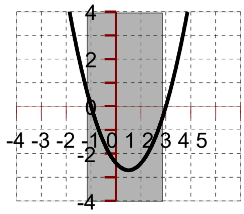


f '(x)

Die erste Ableitung der ersten Ableitung (= zweite Ableitung) ist **kleiner 0**.

Die 1. Ableitung einer monoton fallenden Funktion ist kleiner 0.

f'' (x) < 0



f ''(x)

2.2. links gekrümmt oder konvex

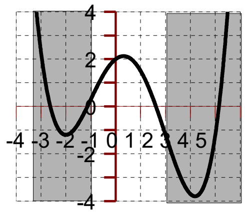
Bei einer links gekrümmten Kurve beschreibt man beim Durchschreiten der Kurve in wachsender x-Richtung eine Linkskurve.

Auf der Grundlage des Kurvenbildes sieht man, dass der Tangentenanstieg für eine **links gekrümmte** Kurve mit einem 'hohen' negativen Wert beginnt, zum möglichen Extremum, das nur ein Minimum sein kann, gegen 0 geht und dann positiv wird.

(d.h.: Tangente liegt beim Durchlaufen der Kurve in positive x-Richtung immer auf der rechten Seite)

f (x) links gekrümmt
(d.h. Tangentenanstieg steigend)
< = >
f '(x) monoton wachsend
< = >
f ''(x) > 0
(f ''(x) hat positive ***Funktionswerte***,
Kurvenbild von f verläuft
links von den Tangenten)

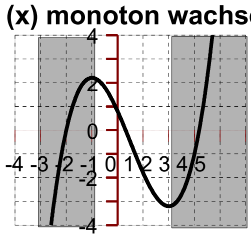
f(x) links gekrümmt



f (x)

Die erste Ableitung ist
monoton wachsend

f' (x) monoton wachsend



f' (x)

Die erste Ableitung der ersten Ableitung (= zweite Ableitung) ist **größer 0**.

Die 1. Ableitung einer monoton steigenden Funktion ist größer 0.

f'' (x) > 0

f'' (x)

Eigenschaften	Kurvenbild

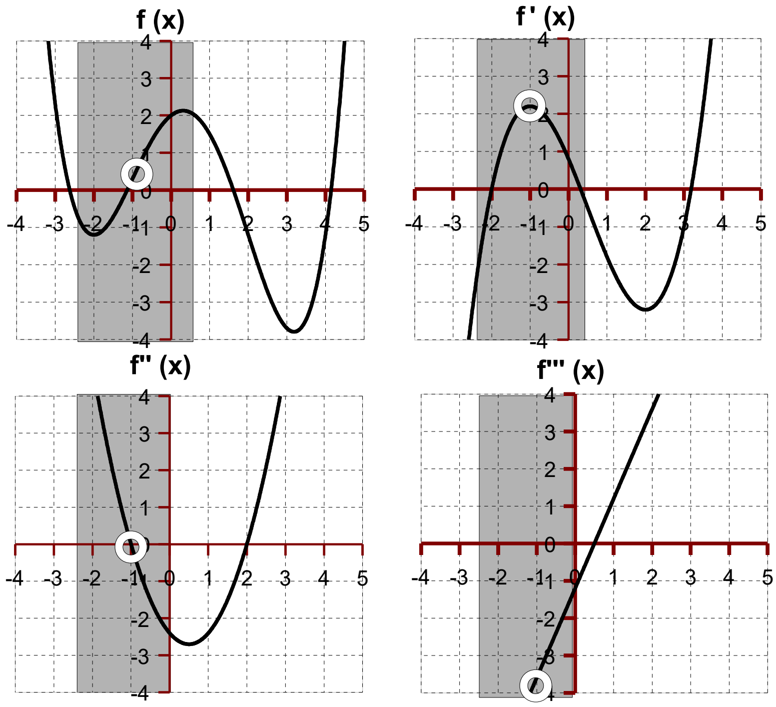
2.3. Wendepunkte

An Wendepunkten wechselt die Krümmung. Deshalb ist an Wendepunkten die zweite Ableitung f ''(x) = 0.
An Wendepunkten schneidet die Tangente die Kurve und wechselt die Seite zur Kurve.
Wendepunkte haben den steilsten Tangentenanstieg der Umgebung.

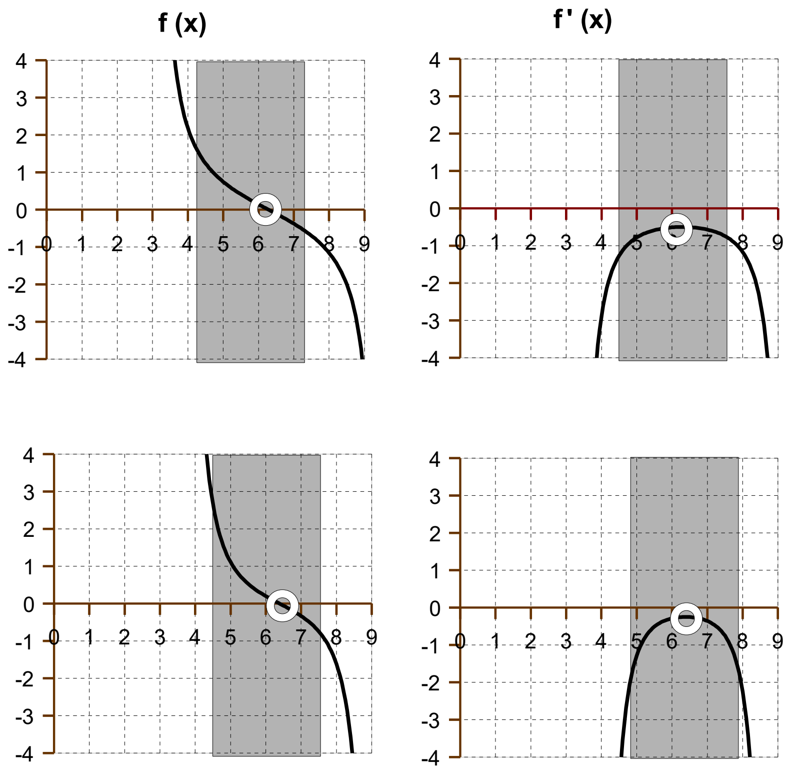
2.3.1. Krümmungswechsel von links nach rechts

- Wechselt die ***Funktion f(x)*** von **links gekrümmt** nach **rechts gekrümmt** und **monoton steigend**
- ***f'(x)*** wechselt von **monoton steigend** zu **monoton fallend**
  f'(x) **rechts gekrümmt**
  f'(x) > 0; da f(x) monoton steigend
  f'(x) besitzt **Hochpunkt**
- ***f ''(x)*** besitzt Nullstelle
- ***f ''(x)*** wechselt von **positiven** zu **negativen** Werten, da die 1. Ableitung einer rechts gekrümmten Funktion das Vorzeichen von plus nach minus wechselt und damit monoton fällt
- ***f '''(x)*** ist **negativ,** da die erste Ableitung einer monoton fallenden Funktion negativ ist.

f (x) Wendepunkt
(links → rechts)
< = >
f '(x) Hochpunkt
< = >
f ''(x) = 0
(plus → minus)
= >
f ''' (x) < 0



- Wechselt die ***Funktion f(x)*** von **links gekrümmt** nach **rechts gekrümmt** und **monoton fallend**
- ***f'(x)*** wechselt von **monoton steigend** zu **monoton fallend**
  f'(x) **rechts gekrümmt**
  f'(x) < 0; da f(x) monoton fallend
  f'(x) besitzt **Hochpunkt**
- ***f ''(x)*** besitzt Nullstelle
- ***f ''(x)*** wechselt von **positiven** zu **negativen** Werten, da die 1. Ableitung einer rechts gekrümmten Funktion das Vorzeichen von plus nach minus wechselt und damit monoton fällt
- ***f '''(x)*** ist **negativ,** da die erste Ableitung einer monoton fallenden Funktion negativ ist.



Eigenschaften	Kurvenbild

2.3.2. Krümmungswechsel von rechts nach links

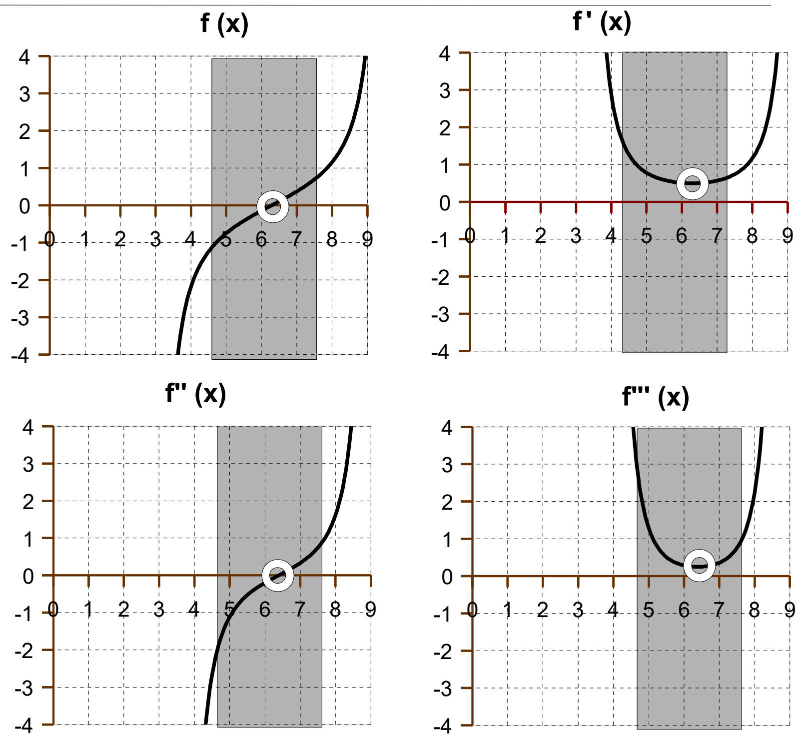
- Wechselt die ***Funktion f(x)*** von **rechts gekrümmt** nach **links gekrümmt** und **monoton steigend**

- ***f'(x)*** wechselt von **monoton fallend** zu **monoton steigend,**
  f'(x) links gekrümmt;
  f'(x) > 0; da f(x) monoton steigend
  f'(x) besitzt **Tiefpunkt.**

- ***f ''(x)*** besitzt Nullstelle

- ***f ''(x)*** wechselt von **negativen** zu **positiven** Werten, da die 1. Ableitung einer links gekrümmten Funktion das Vorzeichen von minus nach plus wechselt und damit monoton steigend ist

- ***f '''(x)*** ist **positiv,** da die erste Ableitung einer monoton steigenden Funktion positiv ist



f (x) Wendepunkt
(rechts → links)
< = >
f '(x) Tiefpunkt
< = >
f ''(x) = 0
(minus → plus)
= >
f ''' (x) > 0

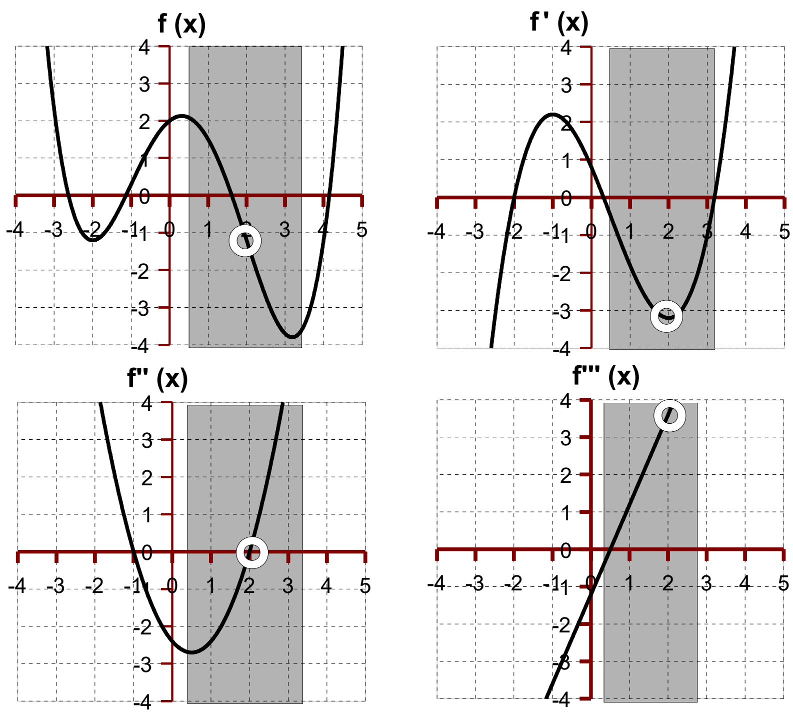
- Wechselt die ***Funktion f(x)*** von **rechts gekrümmt** nach **links gekrümmt** und **monoton fallend**

- ***f'(x)*** wechselt von **monoton fallend** zu **monoton steigend,**
  f'(x) links gekrümmt;
  f'(x) < 0, da f(x) monoton fallend
  f'(x) besitzt **Tiefpunkt**

- ***f ''(x)*** besitzt Nullstelle

- ***f ''(x)*** wechselt von **negativen** zu **positiven** Werten, da die 1. Ableitung einer links gekrümmten Funktion das Vorzeichen von minus nach plus wechselt und damit monoton steigend

- ***f '''(x)*** ist **positiv,** da die erste Ableitung einer monoton steigenden Funktion positiv ist



2.4. Sattelpunkte

Spezieller Wendepunkt, bei dem auch f ' =0 und deshalb keinen Monotoniewechsel hat

f (x) Sattelpunkt
(d.h. Wendepunkt, dessen Tangentenanstieg = 0)
< = >
f '(x) = 0 und f ''(x) = 0

Eigenschaften f'(x)	**Eigenschaft f(x)**	**Darstellung**

2.5. Graphisches Differenzieren und Integrieren

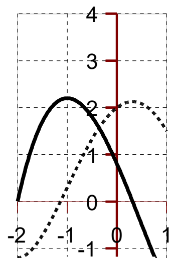
durchgezogene Linie: f'(x)
gestichelte Linie : f(x)

(a) Das Vorzeichen von f '(x) ◄—► **Monotonie von f(x)**

f ´(x) > 0 ◄—► f(x) ist monoton steigend

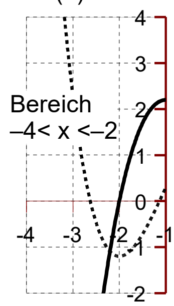
f ´(x) < 0 ◄—► f(x) ist monoton fallend

(a)1.



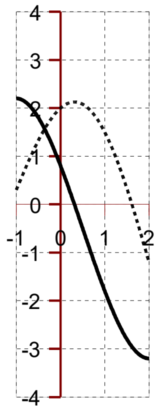
Bereich
–2< x <0,4

(a)2.



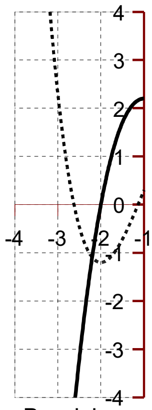
Bereich
–4< x <–2

(b)1.



Bereich
–1 < x < 2

(b)2.



Bereich
–4 < x < 0

(b) Die Monotonie von f '(x) ◄—► **Krümmung von f(x)**

f ´(x) fällt streng monoton ◄—► f(x) ist rechts gekrümmt

(Wende die Aussage (a) auf die 1. Ableitung an:)

—► f '(x): streng monoton fallend
—► (f '(x))' = f ''(x): < 0 (s. Krümmungsverhalten)
—► f(x): rechts gekrümmt

f ´(x) wächst streng monoton ◄—► f(x) ist links gekrümmt

—► f '(x): streng monoton wachsend
—► (f '(x))' = f ''(x): > 0 (s. Krümmungsverhalten)
—► f(x): links gekrümmt

(c) Das asymptotische Verhalten von f '(x)

f ´(x) strebt gegen Null —► f(x) hat waagrechte Asymptote
f ´(x) strebt gegen konstanten Wert —► Die Asymptote ist eine Gerade
f ´(x) hat senkrechte Asymptote —► f(x) hat senkrechte Asymptote
f '(x) → +∞ für x → +∞ dann auch f(x) → +∞
f '(x) → –∞ für x → +∞ dann auch f(x) → –∞
f '(x) → +∞ für x → –∞ dann f(x) → –∞
f '(x) → –∞ für x → –∞ dann f(x) → +∞
(Achtung! Für x → –∞ dreht sich das Verhalten von f '(x) und f(x) um !)

(d) Die Nullstellen von f '(x) ◄—► **Extrempunkte von f(x)**

Einfache Nullstellen von f ´(x) ◄—► Extrempunkte von f(x)

1. Nullstelle von f ´(x), die die x-Achse von + nach – schneidet
   —► Hochpunkt von f(x)

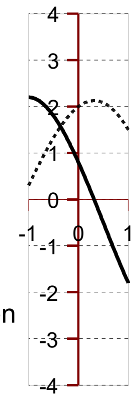
2. Nullstelle von f ´(x), die die x-Achse von - nach + schneidet
   —► Tiefpunkt von f(x)

Doppelte Nullstellen von f ´(x) ◄—► Stufenwendepunkt von f(x)

3. Nullstelle von f ´(x), die die x-Achse berührt (Extrempunkt von f ´(x))
   —► Sattelpunkt von f(x)

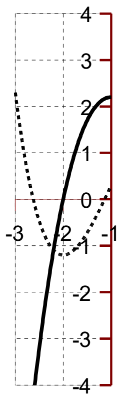
(Kein Extremwert von f, weil der Funktionswert von f '(x) das Vorzeichen nicht wechselt, für einen Extremwert muss der Tangentenanstieg wechseln – Deshalb Wendepunkt, auch deshalb, weil f '(x) durch die Berührung einen Extremwert hat und die erste Ableitung von f '(x) = f ''(x) = 0 sein muss)

(d)1.



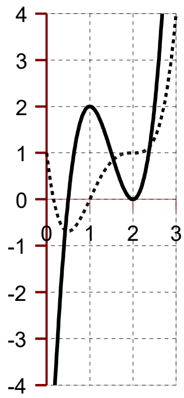
x = 0,4

(d)2.



x = –2

(d)3.



x = 2

Eigenschaften	Darstellung

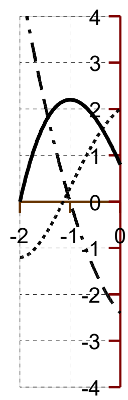
durchgezogene Linie: f'(x)
gestichelte Linie : f(x)
Strich–Punkt–Linie : f"(x)

(e) Die Extrema von f '(x)

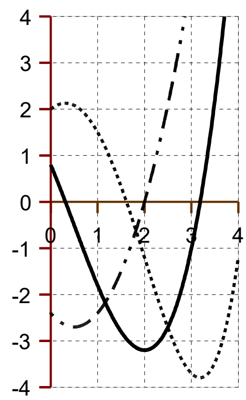
Extrempunkt von f ´(x) ➙ Wendepunkt von f(x)

1. Anstieg von f ´(x), wechselt von + nach –
   - ➙ f '(x): Hochpunkt
   - ➙ f(x): Wechsel von links gekrümmt nach rechts gekrümmt
   - ➙ f "(x): Hochpunkt von f '(x) bedeutet, dass die erste Ableitung von f '(x) (=f "(x)) von + nach – wechselt
   - ➙ Wendepunkt 1

(e)1.



(e)2.



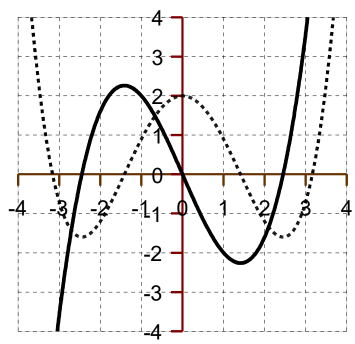
2. Anstieg von f ´(x) wechselt von - nach +
   - ➙ f '(x): Tiefpunkt
   - ➙ Wechsel von rechts gekrümmt nach links gekrümmt
   - ➙ f "(x): Tiefpunkt von f '(x) bedeutet, dass die erste Ableitung von f '(x) (=f "(x)) von – nach + wechselt
   - ➙ Wendepunkt 2

(Die Vorzeichen der Tangentenanstiege ändern sich nicht, aber die Beträge entwickeln sich im Fall 1. zu einem Maximum und im Fall 2 zu einem Minimum, dh. im Wendepunkt hat die Funktion betragsmäßig den größten Anstieg: = f '(x) hat einen Extremwert)

(f) Symmetrieeigenschaften von f(x) aus f '(x) bestimmen:

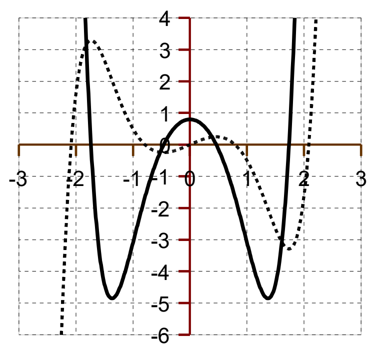
1. f (x) symmetrisch zur y -Achse
   ➙ f '(x) muss punktsymmetrisch zum Ursprung sein

(Für die Achsensymmetrie muß der Tangentenanstieg links und rechts von der y-Achse betragsmäßig gleich sein, aber mit dem anderen Vorzeichen. Außerdem muss die Ausgangsfunktion einen Extremwert haben und somit f '(x) eine Nullstelle)



2. f(x) punktsymmetrisch zum Ursprung
   ➙ f '(x) muss achsensymmetrisch zur y -Achse sein.

(Für Punktsymmetrie sind die Tangentenanstiege links und rechts vom Symmetriepunkt gleich und die Funktion muss an dieser Stelle einen Wendepunkt haben, also f '(x) einen Extremwert.)



Aus den Ableitungen nicht zu bestimmen sind:

1. Schnittpunkte mit der x- oder y-Achse
2. Verlauf der Kurve durch einen beliebigen Punkt im Koordinatensystem
3. Ob die Funktionswerte an einer Stelle größer oder kleiner 0 sind.
4. Der <u>Wert</u> der waagerechten Asymptote kann aus der Tatsache, dass eine solche existiert nicht ermittelt werden, deshalb kann nicht entschieden werden, ob die x-Achse eine Asymptote ist.

3. Kurvenbild einer Funktion

3.1. Nullstellen

1. Schritt: Ansatz $f(x_0) = 0$
2. Schritt: x_0 ermitteln

Methoden: Auflösen nach x_0, Lösungsformel für quadratische Gleichungen, Substitution, Polynomdivision, Darstellung als Nullprodukt, um die Faktoren einzeln zu betrachten.
Hilft das alles nicht, hilft nur der GTR

Beispiel: $f(x) = (x-3) \cdot (x^2 + 2x + 1)$
Umformung: $f(x) = (x-3) \cdot (x+1)^2$
$x_1 = 3;\ x_{2/3} = -1$

3.1.1. Der Wurzelsatz des Vieta

Eine ganzrationale Funktion n-ten Grades hat folgendes Aussehen:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0 = y$$

- Eine solche Funktion hat genau n Nullstellen,
- Diese Nullstellen müssen nicht alle reelle Zahlen sein, es können auch sogenannte komplexe Zahlen auftreten.
- Die reellen Werte sind die Schnittpunkte der Funktion mit der x-Achse, komplexe Werte können nicht dargestellt werden.

Kennt man von dieser Funktion die Nullstellen (einschließlich der komplexen Werte), dann kann man die Funktion als Produkt von Linearfaktoren ihrer Nullstellen schreiben:

$$y = a_n (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) \ldots (x-x_{n-1})(x-x_n)$$

Multipliziert man die oben angegebene Linearfaktorzerlegung $y = a_n (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) \ldots (x-x_{n-1})(x-x_n)$

aus, ergeben sich interessante Zusammenhänge zwischen den Nullstellen und den Koeffizienten vor den x-Potenzen:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = -\frac{a_{n-1}}{a_n}$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + \ldots + x_{n-1}x_n = \frac{a_{n-2}}{a_n}$$

$$x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \ldots + x_{n-2}x_{n-1}x_n = -\frac{a_{n-3}}{a_n}$$

$$x_1x_2x_3x_4 \ldots x_n = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}$$

Diese Formeln werden als der Vietasche Wurzelsatz bezeichnet: Die Koeffizienten a_i einer ganzrationalen Funktion ergeben sich aus Summen der Produkte der Nullstellen. Vieta hat das als Erster für quadratische Funktionen erkannt.

Betrachtet man den Ausdruck für den Koeffizienten a_0, so läßt sich über die Nullstellen sagen:

- Wenn eine ganzzahlige Nullstelle x_0 einer solchen Funktion existiert, dann muss dieser Wert ein Teiler des Absolutgliedes a_0 sein.

Die Möglichkeit der Faktorzerlegung einer ganzrationalen Funktion in Linearfaktoren ihrer Nullstellen bedeutet, dass bei einer Polynomdivision der Funktion durch den Linearfaktor (oder den quadratischen Faktor bei komplexen Nullstellen) die Division ohne Restpolynom aufgehen muss. Geht die Division nicht auf, liegt ein Rechenfehler vor, oder die Nullstelle stimmt nicht.

1.Jedes Polynom hat so viele Nullstellen, wie seine höchste Potenz angibt
2.Nicht jede dieser Nullstellen ist innerhalb der reellen Zahlen vorhanden, sondern kann auch eine komplexe Zahl sein. Damit läßt sich diese Nullstelle im Graphen der Funktion nicht sichtbar machen.
3.Wenn ein Polynom komplexe Nullstellen hat, dann treten die immer paarweise auf.

Eigenschaften	Beispiel	Darstellung

4. Symmetrie

4.1. Achsensymmetrisch zur y – Achse

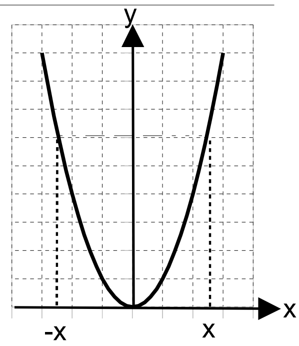
Eine Funktion ist achsensymmetrisch zur y – Achse, wenn sie folgende Gleichung erfüllt:

$\boxed{f(-x) = f(x)}$

Bei ganzrationalen Funktionen ist das der Fall, wenn nur gerade Potenzen auftreten, einschließlich eines möglichen Absolutgliedes

$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 1$

$f(-x) = 3(-x)^4 - 2(-x)^2 + 1$
$= 3x^4 - 2x^2 + 1$
$= f(x)$



$f(x) = f(-x)$
gerade

4.2. Punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung

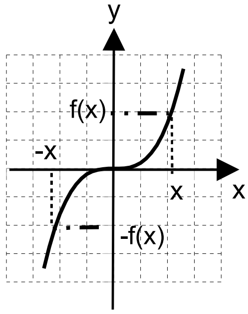
Eine Funktion ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, wenn sie folgende Gleichung erfüllt:

$\boxed{f(-x) = -f(x)}$

Bei ganzrationalen Funktionen ist das der Fall, wenn nur ungerade Potenzen auftreten, es darf kein Absolutglied auftreten.

$f(x) = 2x^5 - 4x^3 + 3x$

$f(-x) = 2(-x)^5 - 4(-x)^3 + 3(-x)$
$= -2x^5 + 4x^3 - 3x$
$= -(2x^5 - 4x^3 + 3x)$
$= -f(x)$



$f(x) = -f(-x)$
ungerade

5. Grenzwerte und Asymptoten

5.1. Ganzrationale Funktionen

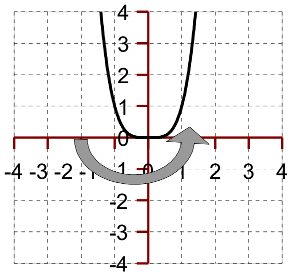
Ganzrationale Funktionen bestehen nur aus Potenzen von x.

$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$

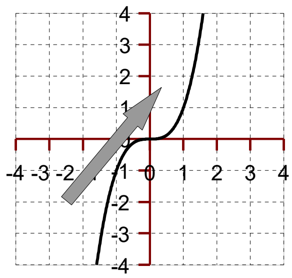
- Ganzrationale Funktionen besitzen für $x \to \pm\infty$ nur die Grenzwerte $\pm\infty$.
- Welche Grenzwerte unter welchen Bedingungen erreicht werden ist den nebenstehenden Abbildungen zu entnehmen.
- Ganzrationale Funktionen besitzen keine Asymptoten

höchste Potenz gerade | höchste Potenz ungerade

Koeffizient vor höchster Potenz positiv



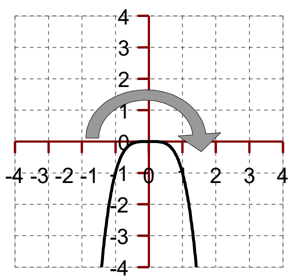
$f(x) \to +\infty$ für $x \to -\infty$
$f(x) \to +\infty$ für $x \to +\infty$



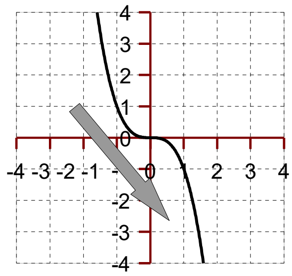
$f(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$
$f(x) \to +\infty$ für $x \to +\infty$

- Alle Potenzfunktionen haben den Grenzwert ∞
- Potenzfunktionen deren höchste Potenz eine gerade Zahl ist haben für $x \to -\infty$ und $x \to +\infty$ den gleichen Grenzwert
- Potenzfunktionen deren höchste Potenz eine ungerade Zahl ist haben für $x \to -\infty$ und $x \to +\infty$ einen verschiedenen Grenzwert

Koeffizient vor höchster Potenz negativ



$f(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$
$f(x) \to -\infty$ für $x \to +\infty$



$f(x) \to +\infty$ für $x \to -\infty$
$f(x) \to -\infty$ für $x \to +\infty$

Eigenschaften	**Beispiel**	**Umsetzung**

6. Bestimmung von ganzrationalen Funktionen aus Bedingungen

Das Erstellen von Funktionen aus Bedingungen soll hier exemplarisch an einer Funktion 3. Grades dargestellt werden. Außer der Funktionsgleichung selbst benötigt man häufig die 1. und 2. Ableitung. Deshalb ist es ratsam, diese beiden Ableitungen gleich zu Beginn mit mit zu erstellen.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$
$$f''(x) = 6ax + 2b$$

Eigenschaften	Beispiel	Umsetzung
verläuft durch den Punkt P(2,6)	$f(2) = 6$	$f(2) = a\cdot 2^3 + b\cdot 2^2 + c\cdot 2 + d = 6$
hat eine Nullstelle bei . . . schneidet die x – Achse in . . .	$f(9) = 0$	$f(9) = a\cdot 9^3 + b\cdot 9^2 + c\cdot 9 + d = 0$
berührt die x – Achse bei x = 5	$f(5) = 0$ $f'(5) = 0$	$f(5) = a\cdot 5^3 + b\cdot 5^2 + c\cdot 5 + d = 0$ $f'(5) = 3a\cdot 5^2 + 2b\cdot 5 + c = 0$
schneidet die y-Achse bei . . . hat den y – Achsenabschnitt y = 3	$f(0) = 3$	$f(0) = d = 3$
hat bei x = 1 einen Extremwert	$f'(1) = 0$	$f'(1) = 3a\cdot 1^2 + 2b\cdot 1 + c = 0$
hat bei x = 1 einen Tangentenanstieg von 2	$f'(1) = 2$	$f'(1) = 3a\cdot 1^2 + 2b\cdot 1 + c = 2$
hat einen Tiefpunkt bei (2/ –7) hat einen Hochpunkt bei (2 / –7)	$f(2) = -7$ $f'(2) = 0$	$f(2) = a\cdot 2^3 + b\cdot 2^2 + c\cdot 2 + d = -7$ $f'(2) = 3a\cdot 2^2 + 2b\cdot 2 + c = 0$
schneidet an der Stelle x = 3 den Graph der Funktion g(x)	$f(3) = g(3)$	$f(3) = a\cdot 3^3 + b\cdot 3^2 + c\cdot 3 + d = g(3)$
berührt an der Stelle x = 3 den Graph der Funktion g(x)	$f(3) = g(3)$ $f'(3) = g'(3)$	$f(3) = a\cdot 3^3 + b\cdot 3^2 + c\cdot 3 + d = g(3)$ $f'(3) = 3a\cdot 3^2 + 2b\cdot 3 + c = g'(3)$
schneidet die Funktion g(x) im Punkt P(2/–3) senkrecht.	$f(3) = -3$ $f'(3) = -\frac{1}{g'(3)}$	$f(3) = a\cdot 3^3 + b\cdot 3^2 + c\cdot 3 + d = -3$ $f'(3) = 3a\cdot 3^2 + 2b\cdot 3 + c = -\frac{1}{g'(3)}$

Differenzialrechnung