9. Dreisatz

Die Dreisatzrechnung gehört zu den grundlegenden mathematischen Formeln. Der wichtige Teil der Prozentrechnung und der Zinsrechnung beruht auf dem Dreisatz. Außerdem ist der Strahlensatz nichts weiter, wie eine Dreisatzanwendung in der Geometrie. Trotzdem ist die Dreisatzrechnung, wie sie in der Schule gelehrt wird völlig überflüssig.

> Der Dreisatz ist eine Gleichung, bei der auf jeder Seite des Gleichheitszeichen ein Bruch steht.

Damit ist eine Dreisatzrechnung nichts weiter, als den Ausdruck

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

nach einer der vier Bezeichner aufzulösen. Diese Auflösung von Gleichungen mit Brüchen tritt in der Mathematik so oft auf, dass es sinnvoller ist die Auflösung von Gleichungen zu üben, als für die Verhältnisrechnung ein gesondertes Rechenverfahren zu vermitteln. Deshalb wird hier außer der Standard„dreisatz“rechnung auch die Rechnung mit der Verhältnisgleichung gezeigt. Die einfachere und übersichtlichere Rechenweise sollte dann erkennbar sein.

9.1. Proportionaler Zweisatz

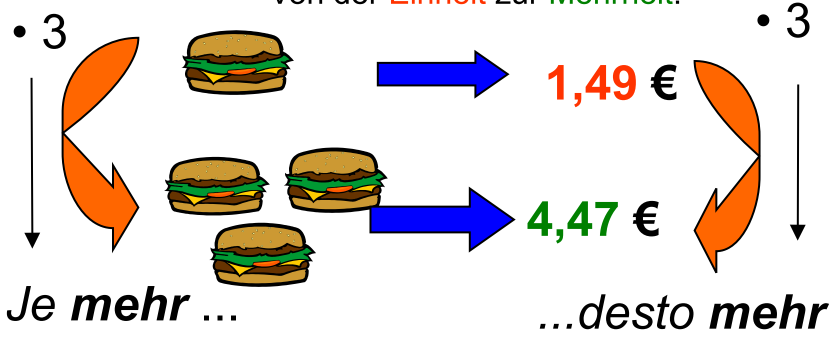
Der proportionale Dreisatz basiert auf einer hintereinander Ausführung von zwei proportionalen Zweisätzen. Dieser Begriff ist wenig bekannt. Worum handelt es sich da. Die erste Form des Zweisatzes lautet:

> Eine Einheit der Mengeneinheit ME1 entsprechen c Mengeneinheiten der Mengeneinheit ME2.
> Wieviel Mengeneinheiten ME2 entsprechen dann b Mengen von ME1

In Formeln ausgedrückt: $\frac{1}{b} = \frac{c}{d}$ oder $d = b \cdot c$.

„ Wird der linke Wert (Nenner) mit b multipliziert, wird auch der rechte Wert mit b multipliziert.“

Von der Einheit zur Mehrheit:



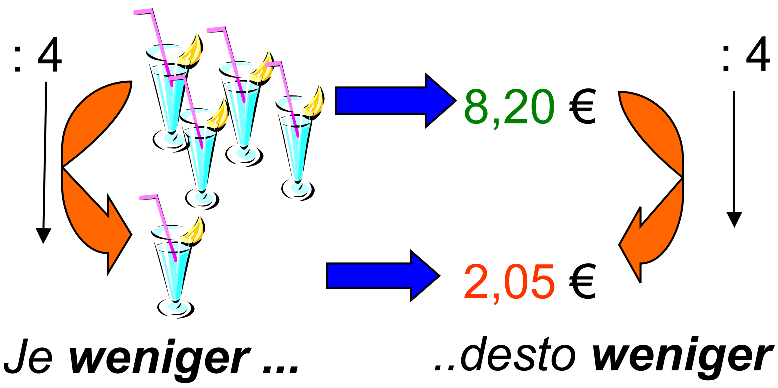
Die zweite Form des Zweisatzes lautet:

a Einheiten der Mengeneinheit ME1 entsprechen c Mengeneinheiten der Mengeneinheit ME2.
Wieviel Mengeneinheiten ME2 entsprechen dann 1 Mengeneinheit von ME1

In Formeln ausgedrückt: $\frac{a}{1} = \frac{c}{d}$ oder d = c : a .

„ Wird der linke Wert (Zähler) durch a dividiert, wird auch der rechte Wert mit c durch a dividiert.“

Von der Mehrheit zur Einheit:



9.2. Proportionaler Dreisatz

Bei der Dreisatzrechnung handelt es sich erst einmal darum, dass Werte zu verschiedenen Maßeinheiten ME1 und ME2, zueinander in Beziehung gebracht werden. Aus dem Alltag könnte man hier am einfachsten Menge und Preis nennen.

ME1	ME2
a	b
c	x

Es muß ein Zahlenpaar ME1 / ME2 geben, die zusammengehören. Wieviel Anteile der Menge ME1 (=a) gehören zu wieviele Anteilen der Menge ME2 (=b) . Von einer Mengeneinheit ist noch ein zweiter Wert gegeben, dessen korrespondierender Wert der anderen Mengeneinheit ermittelt werden soll. In der vorhergehenden Tabelle ist das die Mengeneinheit ME1 (=c) in der nachfolgenden Tabelle die Mengeneinheit ME2 (=d)

ME1	ME2
a	b
x	d

Zwischen der zweiten und der vierten Zeile wird eine Leerzeile eingefügt. Auf der Seite der Tabelle, bei der zwei Werte gegeben sind, wird festgelegt, was zu rechnen ist, hier durch blaue Pfeile gekennzeichnet. Auf der Seite, auf der der zweite Wert zu berechnen ist, sind die gleichen Rechnungen durchzuführen.
Für die erste Tabelle hätte das folgendes Aussehen:

	ME1	ME2	
:a	a	b	:a
• c	1		• c
	c	x	

Die zweite Zeile wird in der bestimmenden Spalte üblicherweise auf „1“ gebracht. Natürlich sind auch andere Basiszahlen möglich, wenn sich die nachfolgende Multiplikation dadurch günstig berechnen lässt.

Diese Rechnung liefert für den Wert $x = \frac{b}{a} \cdot c \quad x$

genau den gleichen Wert erhält man, wenn man $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ nach der Variablen d auflöst.

$$d = \frac{b \cdot c}{a}$$

Für die zweite Tabelle gelten die analogen Rechnungen.

Beispiel 1

100g Erdbeeren	kosten	2,50 €
260 g Erdbeeren	kosten	? €

		Eingabegröße	Ausgabegröße		
:100		**100g**	**2,50€**		:100
*** 260**		1g	0,025 € Preis für 1g		*260
		260g	*x=6,50*		

Merkmale:
1. Auf der Seite der Eingabegröße müssen beide Werte, die in Beziehung stehen bekannt sein. Im obigen Beispiel das Gewicht (100g) und (260g)
2. Auf der Seite der Ausgabegrößen muss ein Wert bekannt sein, der zweite Wert errechnet sich aus dem Verhältnis der Werte der Eingabeseite. Im obigen Beispiel ist das Gewicht bekannt (260g) und der Preis (?€) gesucht.
3. Zu einer Eingabegröße muss der zugehörige Wert der Ausgabegröße bekannt sein, um zwischen den beiden Größen eine Beziehung herzustellen. In dem Beispiel: 100 g ≙ 2,50 €

4. Der Divisor der ersten Zeile (100) bestimmt sich aus der Eingabeseite und rechnet beide Seiten auf eine Einheit herunter. Auf der Ausgabenseite zeigt dieser Wert genau das konstante Verhältnis der beiden Maßeinheiten an, das einen direkten Dreisatz kennzeichnet. Dieser Wert hat eine Maßeinheit : Maßeinheit 2 **pro** Maßeinheit 1 , im Beispiel 0,025 € pro g
5. Der Faktor der zweiten Zeile wird bestimmt aus der Sollgröße der Eingabeseite. (260 g sind festgelegt, wieviel € sind das auf der Grundlage des vorhandenen Verhältnisses)
6. **Bei proportionaler Zuordnung wird ein Wert immer auf einen kleineren Basiswert umgerechnet, mit dem man durch Multiplikation den gesuchten Wert bestimmen kann.**
7. **Auf beiden Seiten ist immer das Verhältnis konstant w1 : w2 = C**

Das Beispiel 1 kann man auch in umgekehrter Fragestellung stellen:

Beispiel 2

100g Erdbeeren	kosten	2,50 €
? Erdbeeren	kosten	11,20 €

Die erste Zeile der Verhältnisgleichung sieht genau so aus, wie im Beispiel 1.
Diese Zeile bestimmt die Größe des Verhältnisses, also bleibt sie unverändert.

		100g	**2,50€**		

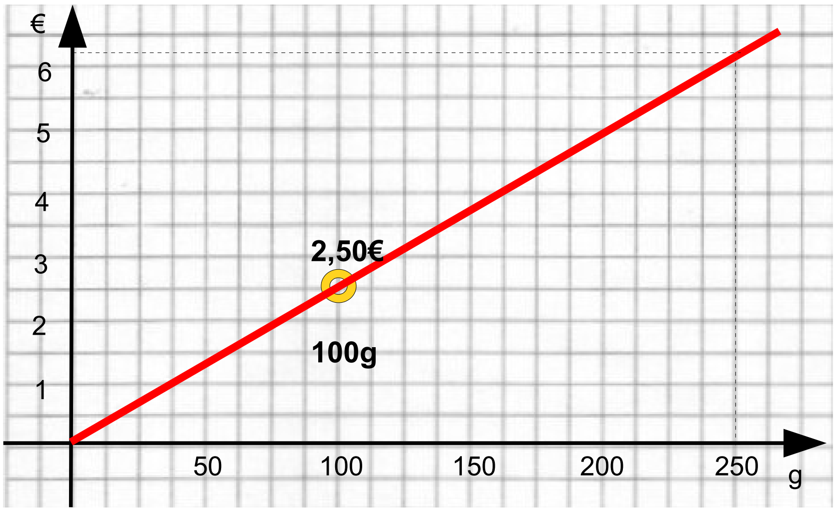
Die dritte Zeile hat sich geändert, der bekannte Wert steht in der rechten Spalte, so wird auch die rechte Spalte zur Eingabegröße:

		Ausgabegröße	Eingabegröße		
		100 g	**2,50 €**		
			11,20 €		

Damit wird die rechte Spalte zu der Spalte, die die Berechnung bestimmt. Die linke Spalte muss diese Rechnung nachvollziehen. Gleichzeitig ist die Maßeinheit de Verhältnisses nicht mehr e pro g , sondern g pro €. So, wie die zahl selber der Kehrwert der obigen Verhältniszahl ist, ist auch die Maßeinheit der Kehrwert der obigen Maßeinheit. Damit sieht die Rechnung für diesen Fall folgendermaßen aus:

		Eingabegröße	Ausgabegröße		
:2,5		**100g**	**2,50€**		**:2,50**
* 11,2		40 g pro €	1 €		***11,20**
		x = 448 g	**11,20 €**		

Als graphische Darstellung kann man eine Gerade benutzen.



Eine Achse erhält die Maßeinheit ME1, in diesem Fall g, die andere Achse erhält die Maßeinheit ME2, in diesem Fall €. Der Punkt des Koordinatensystems (100g | 2,50€) bestimmt die Steigung der Geraden. Man zeichnet den Punkt in das Koordinatensystem ein und verbindet ihn mit dem Nullpunkt.

Jetzt kann man sich auf der waagerechten Achse beliebige Grammgewichte aussuchen, geht von dort aus bis zu Geraden nach oben und dann waagerecht nach links zur senkrechten Achse. Dort liest man ab, was diese Menge kostet.

Andererseits kann man sich auf der senkrechten Achse einen Preis auswählen, geht nach rechts bis zur Geraden und dann nach unten auf die waagerechte Achse. Auf dieser Achse kann man dann ablesen, wieviel Gramm man für diesen Preis bekommt.

Der proportionale Dreisatz ist gekennzeichnet durch
(1) einen **<u>konstanten Quotienten</u>** b/a oder a/b
(2) … **<u>je mehr</u>** (ME1) ….. **<u>desto mehr</u>** (ME2)
… **<u>je weniger</u>** (ME1) ….. **<u>desto weniger</u>** (ME2)
(3) einer graphischen Darstellung als **<u>Gerade durch den Ursprung</u>**

Nach den Regel zur Bruchrechnung ist $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ das gleiche, wie $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

Die jeweiligen Wert der Brüche in den einzelnen Ausdrücken sind zwar verschieden, aber die Gleichheit der Quotienten ist trotzdem gegeben, also die Werte der Brüche trotzdem gleich. Für das bessere Verständnis späterer Abschnitte sollen die Gleichungen noch etwas umgeformt werden. Dazu soll die zweite Bruchgleichung

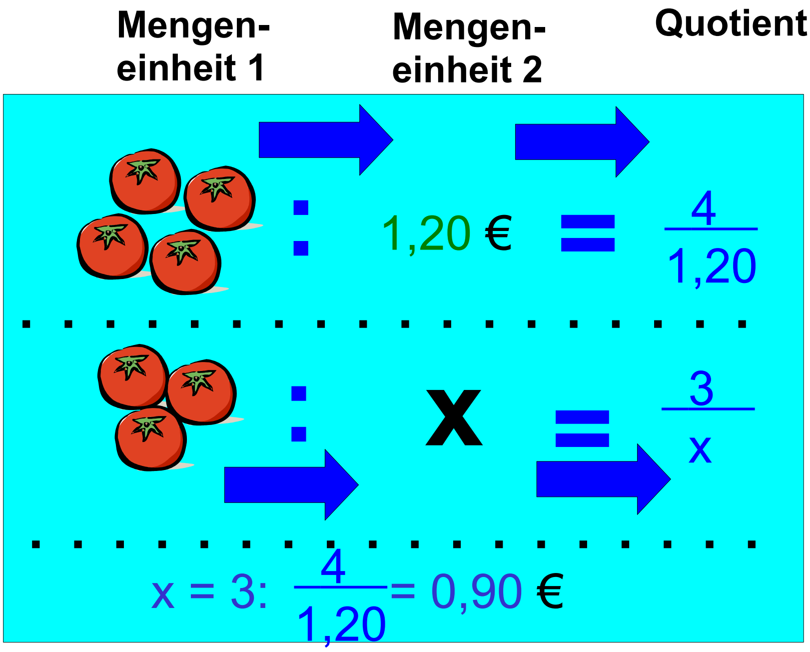
$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ benutzt werden, da in dieser die gleichen Maßeinheiten auf einem Bruch

stehen. Mit Angabe der Maßeinheiten würde diese Gleichung wie folgt aussehen:

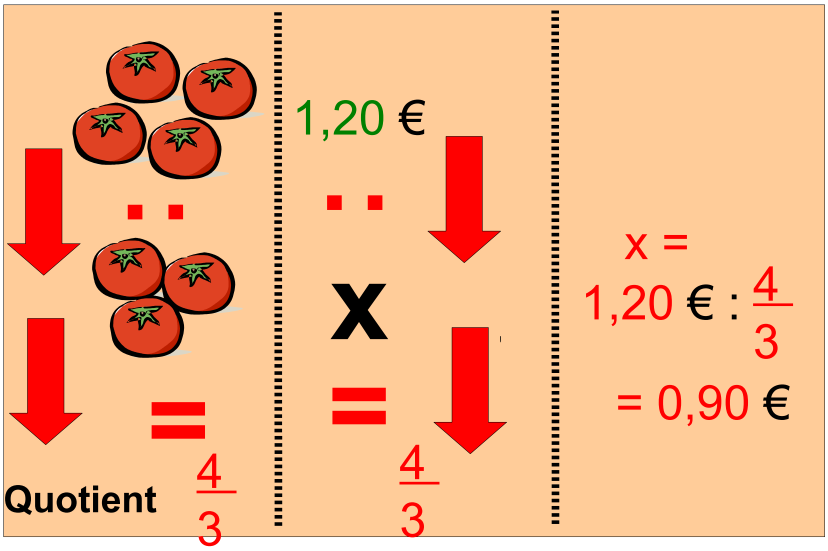
$$\frac{a[ME1]}{c[ME1]} = \frac{b[ME2]}{d[ME2]}$$

Die Maßeinheiten kürzen sich formal bei der Schreibweise heraus. Gesucht ist nach wie vor der Wert d, der sich nach Umstellen dieser Gleichung ergibt aus:

$$\boxed{d[ME2] = b[ME2] \cdot \frac{c[ME1]}{a[ME1]}}$$



„Der erste Wert von ME 1 im Verhältnis zum ersten Wert von ME2
ist gleich
dem zweiten Wert von ME1 im Verhältnis zum zweiten Wert von ME2“
oder



„Der erste Wert von ME 1 im Verhältnis zum zweiten Wert von ME1
ist gleich
dem ersten Wert von ME2 im Verhältnis zum zweiten Wert von ME2“

9.3. Antiproportionaler Zweisatz

Neben dem proportionalen Verhältnis gibt es auch antiproportionale oder umgekehrt proportionale Verhältnisse. Der Unterschied liegt in folgender Beziehung:

> Proportionale Verhältnisse haben gleichen Quotienten
>
> Antiproportionale Verhältnisse haben gleiches Produkt.

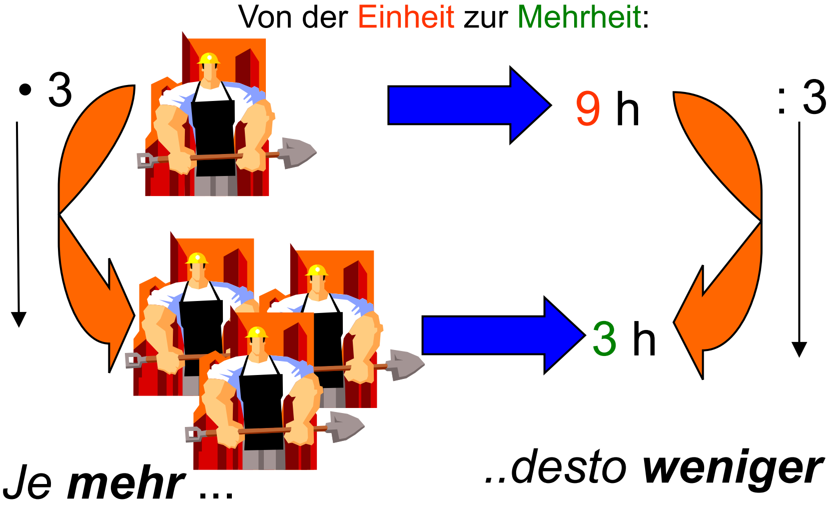
Antiproportionale Verhältnisse sind dadurch gekennzeichnet, dass eine Gesamtmenge aufgeteilt wird und es wird damit berechnet, welcher Anteil auf jede einzelne Mengeneinheit fällt. Antiproportionale Verhältnisse ändern eine Aufteilung.
Entsprechend dem proportionalen Dreisatz existieren hier folgende zwei Typen von Zweisätzen:

Die erste Form des Zweisatzes lautet:

Eine Einheit der Mengeneinheit ME1 entsprechen c Mengeneinheiten der Mengeneinheit ME2.
Welche Mengeneinheiten ME2 entsprechen dann b Mengeneinheiten von ME1

$$1 \cdot c = b \cdot d = \text{konstant}$$

Von der Einheit zur Mehrheit:



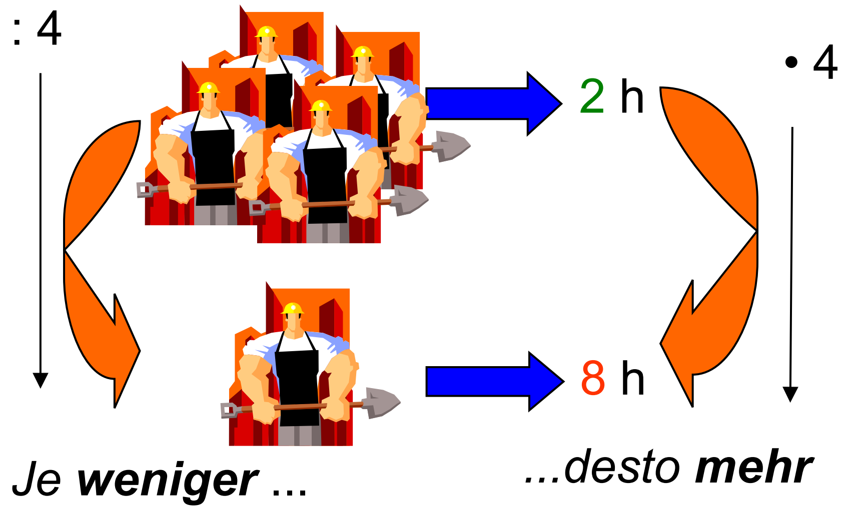
„ Wird der linke Wert mit b multipliziert, wird der rechte Wert durch b dividiert.“

Für eine Person ist eine Arbeit zu verrichten, die in 9 Stunden erledigt ist. Packen die Arbeit 3 Personen an, dann ist sie in 3 Stunden erledigt. Insgesamt sind 9 Arbeitsstunden zu erledigen, gleichgültig, wie viele daran beteiligt sind.
(Unberücksichtigt bleibt natürlich, ob das z.B. vom Platz her überhaupt möglich ist, dass drei Personen gleichzeitig arbeiten können.)

Die zweite Form des Zweisatzes lautet:

a Einheiten der Mengeneinheit ME1 entsprechen c Mengeneinheiten der Mengeneinheit ME2.
Wieviel Mengeneinheiten ME2 entsprechen dann 1 Mengeneinheit von ME1

Von der Mehrheit zur Einheit:



„ Wird der linke Wert durch b dividiert, wird der rechte Wert mit b mutipliziert.“

Für vier Person ist eine Arbeit zu verrichten, die in 2 Stunden erledigt ist. Packen die Arbeit 1 Personen an, dann ist sie in 8 Stunden erledigt. Insgesamt sind 8 Arbeits-stunden zu erledigen, gleichgültig, wie viele daran beteiligt sind.

9.4. Antiproportionaler Dreisatz

Bei der antiproportionale Dreisatzrechnung handelt es sich darum, eine Gesamtmenge neu aufzuteilen. Aus diesem Grund ist zunächst die Gesamtmenge zu bestimmen, die aufgeteilt werden muss. Diese Gesamtmenge ermittelt sich aus dem Produkt der beiden Mengeneinheiten. Aus dem Alltag könnte man hier am einfachsten ein Objekt benennen, für das eine bestimmte Anzahl von Mann-Stunden notwendig sind. Diese Mann-Stunden ermitteln sich aus Mann * Stunden. Hat man mehr Arbeitskräfte zur Verfügung benötigt man weniger Stunden, hat man weniger Arbeitskräfte, benötigt man mehr Stunden. Aus den Rechenregeln des proportionalen Dreisatzes bleibt erhalten: In der Spalte, in der zwei Werte gegeben sind ist die mittlere Zeile auf „1“ zu bringen:

	ME1	ME2
: a	a	b
• c	1	
	c	x

und es bleibt ebenfalls erhalten, dass diese Spalte den Rechenweg bestimmt.
Es stellt das eine Zahlenpaar a / b in den Mengeneinheiten ME1 / ME2 aber die

Gesamtmenge dar, **die aufgeteilt werden muss** ! Auch hier gibt es einen Unterschied zum proportionalen Dreisatz. Wenn 1,3 kg Erdbeeren 2,55 € kosten, dann muss man nicht 3,2 kg oder 5,7 kg oder 0,3 kg kaufen, damit die Erdbeeren verteilt werden. Es wird keine Menge aufgeteilt, bei der sich in Abhängigkeit von der Menge der Preis ändert. Eine adäquate Aufgabenstellung für den antiproportionalen Dreisatz könnte lauten: Ein Händler bringt am Morgen 15 kg Erdbeeren auf den Markt und möchte dafür einen Gesamterlös von 250 € erzielen. Da er nicht weiß, ob er alle Erdbeeren absetzen wird, wird er eventuell einem Kunden der mehr kauft einen günstigeren Preis machen. es ist damit wieder ein Gesamtbetrag aufzuteilen auf die vorhanden kg Erdbeeren.

An der Berechnung der zweiten Spalte erkennt man den Unterschied zum proportionalen Dreisatz

Proportionaler Dreisatz

	ME1	ME2	
	a	b	
: a	1	**b / a**	: a
• c	c	b/a • c	• c

Antiproportionaler Dreisatz

	ME1	ME2	
	a	b	
: a	1	**b • a**	• a
• c	c	b•a / c	: c

In der vorhergehenden Tabelle ist das die Mengeneinheit ME1 (=c) in der nachfolgenden Tabelle die Mengeneinheit ME2 (=d)

	ME1	ME2	
	a	b	
• a	**a • b**	1	: b
: d	x	d	• d

Man sieht deutlich, dass in beiden Fällen der antiproportionalen Zuordnung das gleiche Produkt entsteht. Das ist das Produkt, das aufzuteilen ist, gleichgültig, ob der zweite Wert zur Mengeneinheit ME1 oder zur Mengeneinheit ME2 gehört. Und es ist immer durch den zweiten Wert zu dividieren. Beim direkten Dreisatz würde an Stelle des Quotienten b / a der Quotient a / b entstehen, also genau der Kehrwert.

Beispiel 1
Eine Person spart für eine Neuanschaffung.
Wenn er monatlich 25 € spart, braucht er 30 Monate
Wie lange muss er sparen, wenn er 27 € monatlich spart

		30 Monate	**25 €**		

Der zweite Bekannte wert stammt aus der € Spalte. Damit ist die € Spalte diejenige, die die Berechnung festlegt.

		Ausgabegröße	Eingabegröße		
		30 Monate	**25 €**		
			27 €		

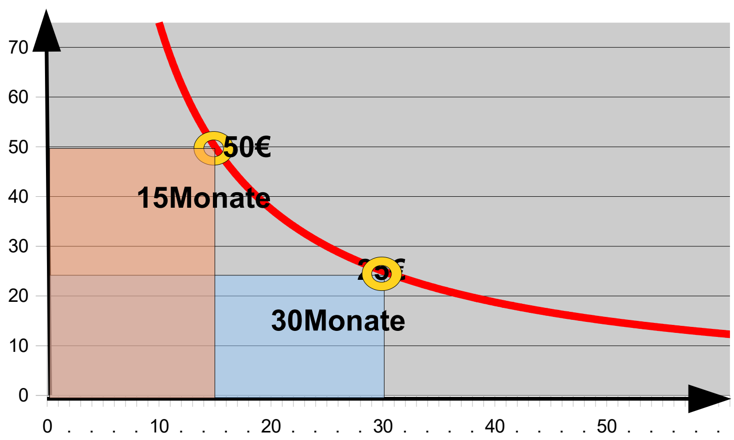
Der Betrag der für die Anschaffung angespart werden muss beträgt 750 €, gleichgültig, wie viel monatlich gespart wird und gleichgültig, wie lange gespart werden muss. Dieser Betrag ist aufzuteilen. In diesem Fall nicht mehr in Teilen zu 25 €, sondern in teilen zu 27 € . Damit muss sich die Ansparzeit verkürzen, weil der Betrag gestiegen ist:

„je mehr …. desto weniger „

		Eingabegröße	Ausgabegröße		
:25		**25 €**	**30 Monate**		*25
*** 27**		**1 €**	**750 € Gesamtsumme**		:27
		27 €	**X= 27,77 Monate**		

In diesem Fall werden also nur noch knapp 28 Monate gebraut, um das Geld zusammen zu bekommen und nicht mehr 30 Monate.

Die graphische Darstellung der antiproportionalen Zuordnung ist eine Hyperbel, die sich asymptotisch an die beiden Achsen annähert. Denn, wenn der eine wert gegen 0 geht muss der andere Wert gegen unendlich gehen, sonst kann das konstante Produkt nicht gesichert werden.



Das konstante Produkt, das beim antiproportionalen Dreisatz aufgeteilt werden muss kann man als die Fläche des Rechtecks ansehen, das vom jeweiligen Funktionspunkt mit den Achsen entsteht. Dieser Flächeninhalt ist aufzuteilen.

Jetzt kann man sich auf der waagerechten Achse beliebige Monatszahl aussuchen, geht von dort aus bis zur Kurve nach oben und dann waagerecht nach links zur senkrechten Achse. Dort liest man ab, wie viel monatlich zu sparen ist..

Andererseits kann man sich auf der senkrechten Achse einen Betrag auswählen, geht nach rechts bis zur Kurve und dann nach unten auf die waagerechte Achse. Auf dieser Achse kann man dann ablesen, wie viel Monate man sparen muss, um den Betrag zusammen zu bekommen.

Merkmale:

(1) Auf der Seite der Eingabegröße müssen beide Werte, die in Beziehung stehen bekannt sein. Im obigen Beispiel der Zeitraum (30 Monate) und der Sparbetrag (25 €)

(2) Auf der Seite der Ausgabegrößen muss ein Wert bekannt sein, der zweite Wert errechnet sich aus dem Produkt der Eingabegrößen (30 Monate * 25 €)

(3) Der so ermittelte Gesamtwert wird durch den auf der Ausgabenseite bekannten Wert dividiert (der Gesamtwert wird aufgeteilt).

(4) Bei antiproportionaler Zuordnung wird immer erst der Gesamtwert als das Produkt der Eingabewerte ermittelt, mit dem man durch Division den gesuchten Wert bestimmen kann.

(5) Auf beiden Seiten ist immer das Produkt konstant $w_1 * w_2 = C$

Der antiproportionale Dreisatz ist gekennzeichnet durch
(1) einen konstantes Produkt b • a
(2) … **je mehr** (ME1) ….. **desto weniger** (ME2)
… **je weniger** (ME1) ….. **desto mehr** (ME2)
(3) einer graphischen Darstellung als **Hyperbel**

Die Grundgleichung des antiproportionalen Dreisatzes lautet: a • b = c • d
Durch das Dreisatzschema wird diese Gleichung in eine Bruchgleichung umgewandelt.

ME1	ME2
a	b
c	d

Proportionale Dreisatz : $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

Antiproportionale Dreisatz: $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$

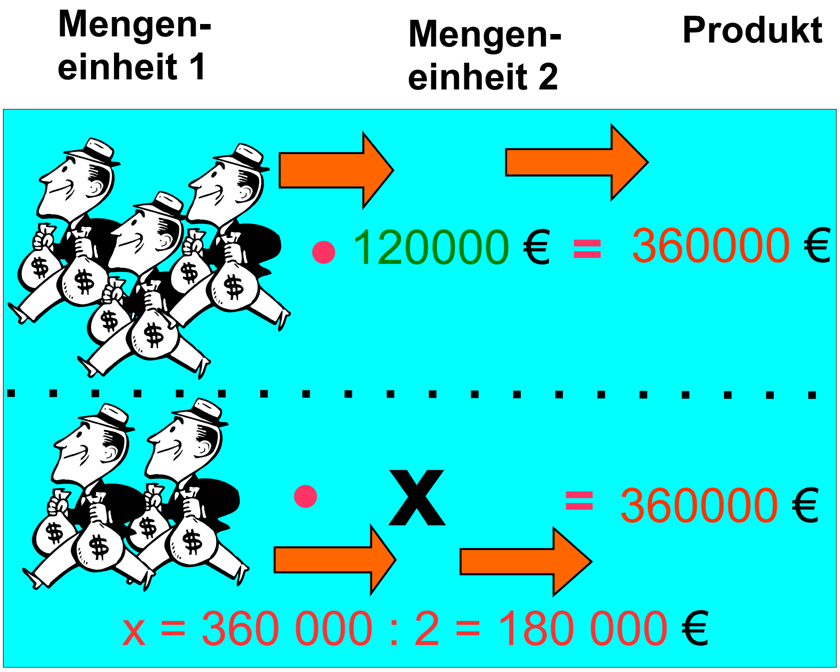
Aus dem vertauschten Zähler und Nenner der rechten Seite kommt die Bezeichnung antiproportional. Formt man die Bruchgleichung für den antiproportionalen Dreisatz genau so um, wie für den proportionalen Dreisatz, unter Berücksichtigung der Maßeinheiten erhält man:

$$\frac{a[ME1]}{c[ME1]} = \frac{d[ME2]}{b[ME2]}$$

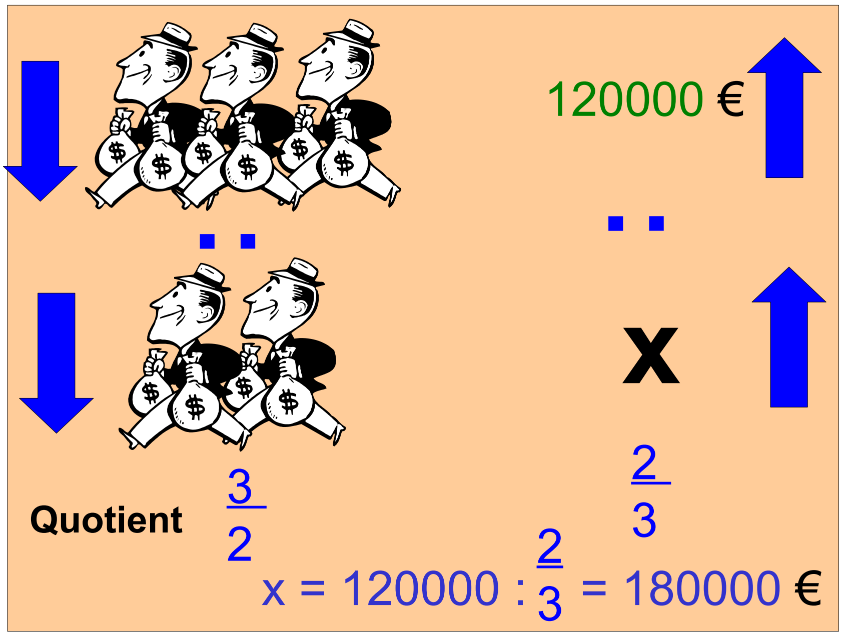
Löst man diese Gleichung wieder nach d auf, entsteht

$$\boxed{d[ME2] = b[ME2] \cdot \frac{a[ME1]}{c[ME1]}}$$

Der Bruch auf der rechten Seite ist der Kehrwert des Bruches vom proportionalen Dreisatz.



„Der erste Wert von ME 1 multipliziert mit dem ersten Wert von ME2
ist gleich
dem zweiten Wert von ME1 multipliziert mit dem zweiten Wert von ME2"
oder



„Der <u>erste Wert</u> von ME 1 im Verhältnis zum <u>zweiten Wert</u> von ME1
ist gleich
des *<u>zweiten Wert</u>* von ME2 im Verhältnis zum *<u>ersten Wert</u>* von ME2"

9.5. Zusammengesetzter Dreisatz

Der Dreisatz kennt noch zwei Erweiterungen: den zusammengesetzten Dreisatz und den unterbrochenen Dreisatz.

Beim zusammengesetzten Dreisatz werden nicht zwei Größen miteinander in Beziehung gesetzt, sondern 3 oder noch mehr Größen. Es wird aber immer nur eine Größe gesucht, die anderen Beziehungen müssen bekannt sein.

Die zentrale Frage die immer geklärt werden muss: In welchem Verhältnis stehen die bekannten Größen zur gesuchten Größe. Danach ist dann zu entscheiden, ob es sich um einen proportionalen oder antiproportionalen Dreisatz handelt.
Der Aufbau der Dreisatztabelle sollte so erfolgen, dass die gesuchte Größe ganz rechts steht.

<u>Beispiel 1 (Formulierung etwas umgestellt)</u>

2 Wasserpumpen fördern in 24 h 4800 l Wasser
5 Pumpen fördern in 10 h wieviel Wasser

Mehr Pumpen fördern auch mehr Wasser, mehr Zeit fördert mehr Wasser. Damit sind zum Verhältnis Wasser alle beiden Dreisätze proportional.

proportional			proportional					
Pumpen			**Zeit**			**Liter**		
: 2		2			24	4800		: 2
* 5		1				2400		* 5
		5	: 24		24	12000		: 24
			* 10		1	500		* 10
					10	5000		

1. Dreisatz
2. Dreisatz

Für diese Rechnung soll jetzt die Berechnung mit der Formel aufgestellt werden. Ausgangspunkt sind die bekannten 4800 Liter und als Ergebnis erscheint 5000 Liter.

$$5000[\text{Liter}] = 4800[\text{Liter}] \cdot \frac{5[\text{Pumpen}]}{2[\text{Pumpen}]} \cdot \frac{10[\text{Stunden}]}{24[\text{Stunden}]}$$

Das ist die in Bruchrechnung nachgestelllte Rechnung. Da es sich zweimal um direkte Proportionalität handelt, stehen in beiden Fällen die neuen Werte auf dem Bruchstrich und die alten Werte unter dem Bruchstrich, wie es auch bei der einfachen direkten Proportionalität der Fall ist.

Beispiel 2 (Formulierung etwas umgestellt)

4 Förderbänder	**transportieren 240 t Kohle**	**in 10 h**
2 Förderbänder	**transportieren 360 t Kohle**	**in welcher Zeit?**

Mehr Förderbänder brauchen weniger Zeit. Mehr Kohle fördern braucht mehr Zeit. Die Förderbänder sind im Verhältnis zur Zeit antiproportional, die Kohle verhält sich zur Zeit proportional.

antiproportional			**proportional**					
Förderbänder			**Kohle**			**Zeit**		
: 4		**4**			**240**	**10**		****4***
**** 2***		**1**				**40**		***: 2***
		2	**: 240**		**240**	**20**		**: 240**
			*** 360**		**1**	**1/12**		*** 360**
					360	**30**		

1. Dreisatz

2. Dreisatz

In der dritten und vierten Zeile wird das antiproportionale Verhältnis sichtbar, indem auf der Zeitspalte die Rechnungen mit dem umgekehrten Rechenzeichen durchgeführt werden. In der fünften und sechsten Zeile sind die Rechenzeichen gleich, da Kohle und Zeit ein proportionales Verhältnis besitzen.
Stellt man jetzt für diesen Fall die Rechnung mit Brüchen nach, ergibt sich folgendes:

$$30[\text{Stunden}] = 10[\text{Stunden}] \cdot \frac{4[\text{Förderbänder}]}{2[\text{Förderbänder}]} \cdot \frac{360[\text{Tonnen}]}{240[\text{Tonnen}]}$$

- Der Zusammenhang zu Förderbändern ist **antiproportional** deshalb erscheint bei diesem Bruch der **alte Wert im Zähler** und **der neue Wert im Nenner**.
- Der Zusammenhang der Zeit zu Kohle ist **proportional**, deshalb erscheint dort der **neue Wert im Zähler** und der **alte Wert im Nenner**, also genau umgekehrt.

9.6. Unterbrochener Dreisatz

Beim unterbrochenen Dreisatz handelt es sich immer um einen antiproportionalen Dreisatz. Es ist in irgendeiner Weise 1 Ganzes zu erledigen und *während der Dauer der Bearbeitung* ändern sich die Bedingungen. Im Gegensatz dazu startet man beim zusammengesetzten Dreisatz bereits mit einer geänderten Konstellation.

Beispiel 1 :

Eine Kolonne von 6 Fliesenlegern arbeitet täglich 8 Stunden in einem Schulhausneubau. Ihre Arbeit soll nach 16 Arbeitstagen abgeschlossen sein. Nach 4 Tagen fallen 2 Fliesenleger aus.
Wie viele Überstunden pro Arbeitstag muss jeder der restlichen Fliesenleger aufbringen, wenn eine Terminverzögerung von 4 Tagen gewährt wird ?

6 Fliesenleger 8 Stunden 16 Arbeitstage
nach 4 Tagen ändern sich die Bedingungen
4 Fliesenleger x Stunden 20 Arbeitstage

	Fliesenleger			**Stunden**			**Arbeitstage**		
Ausgangswerte			**6**			**8**	**16**		
abgearbeitet			**6**			**8**	**4**		
bleibt übrig			**6**			**8**	**12**		

Die Fragestellung geht aber dann nach Arbeitsstunden und nicht nach Arbeitstagen. Die Anzahl der Arbeitstage wird noch einmal um 4 erhöht damit stehen für die verbleibenden Arbeiten noch einmal 16 Tage zur Verfügung.

mehr Fliesenleger brauchen weniger Stunden
mehr Tage brauchen weniger Stunden

antiproportional			**antiproportional**					
Fliesenleger			**Tage**			**Arbeitsstunden**		
: 6		**6**			**12**	**8**		****6***
**** 4***		**1**				**48**		***: 4***
		4	**: 12**		**12**	**12**		*** 12**
			*** 16**		**1**	**144**		**: 16**
					16	**9**		

1. Dreisatz

2. Dreisatz

Die verbleibenden 4 Arbeitskräfte müssten in den verbleibenden 16 Arbeitstagen 9 Stunden pro Tag arbeiten.

Zur Kontrolle der Rechnung kann man folgende Überlegung anstellen:
Ausgangswert sind 6 Fliesenleger * 8 Stunden * 16 Arbeitstage = 768 Arbeitsstunden

Zu Beginn arbeiten 6 Fliesenleger 8 Stunden an 4 Tagen. Damit sind

6 Fliesenleger * 8 Stunden * 4 Arbeitstage = 192 Arbeitsstunden geleistet.

Zur Erfüllung der Aufgabe müssen noch 576 Arbeitsstunden erbracht werden. Für diese Arbeitsstunden stehen noch 4 Fliesenleger an 16 Arbeitstagen zur Verfügung. Gesucht ist die Stundenzahl pro Tag, damit die Arbeit in dieser Zeit erledigt werden kann.

4 Fliesenleger * x Stunden * 16 Arbeitstage = 576 Arbeitsstunden

Die Umstellung der Gleichung nach Arbeitsstunden liefert 9 Stunden pro Tag.

<u>Beispiel 2:</u>

Der Umzug einer Behörde in das neu erstellte Gebäude muss in 10 Arbeitstagen abgeschlossen sein. Der beauftragte Spediteur setzt deshalb 15 Arbeitskräfte bei einer täglichen Arbeitszeit von 8 Stunden ein. Nachdem 3 Arbeiter vom 2. bis 5. Tag wegen anderer Arbeiten abgezogen werden mussten, werden vom 6. Tag an insgesamt 16 Arbeitskräfte eingesetzt.
Berechnen Sie die tägliche Arbeitszeit je Arbeitskraft vom 6. Tag an, die für den termingerechten Abschluss des Umzuges erforderlich ist.

mehr Arbeitskräfte brauchen weniger Stunden
mehr Tage brauchen weniger Stunden

Arbeitskräfte			Tage			tägl.Arb.zeit			Gesamtstunden		
		15			10			8			1200
		15	: 10		1			8	: 10		120
Reststunden nach erstem Abschnitt : 1080											
		15			9			8			1080
	:15	1							:15		
	*12	12							*12		864
				: 9	1				: 9		
				* 4	4				* 4		384
Reststunden nach zweitem Abschnitt											
		12			5			11,6			696
	:12	1							:12		58
				: 5	1				: 5		11,6
							: 11,6	1	: 11,6		1
	* 16								* 16		16
				* 5					* 15		80
		16			5			X	* X		696